

يوم العطلة

في

الطابق

تأليف

دكتور/ جمال عبد العزيز هباب

كلية التجارة - جامعة القاهرة

٢٠٠٩

القاهرة

حقوق الطبع والنشر محفوظة للمؤلف

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مقدمة

ترجع نشأة بحوث العمليات إلى الحرب العالمية الثانية، حيث قامت وزارة الدفاع البريطانية قبل هذه الحرب مباشرة بتكوين فريق من العلماء لدراسة المشاكل الإستراتيجية والتكتيكية المتعلقة بالعمليات العسكرية، بهدف الاستفادة الأكثر فعالية من الموارد العسكرية (المعدات العسكرية) المحدودة في ذلك الوقت باستخدام الأساليب الكمية. ولقد ساعدت الأبحاث التي تمت خلال العمليات الحربية في هذه الحرب إلى التوصل إلى الكثير من الأساليب الرياضية الجديدة التي تساعد في اتخاذ القرارات وحل المشكلات الإنتاجية المختلفة، ولقد كان ذلك بمثابة نقطة البداية لظهور ما يعرف حالياً ببحوث العمليات Operations Research.

وبعد انتهاء الحرب العالمية الثانية، اتجه بعض العلماء المهتمين ببحوث العمليات إلى الجامعات ومراكز البحث العلمي وركزوا جهودهم لتطوير أساليب بحوث العمليات التي نشأت أصلاً لحل المشاكل المتعلقة بالعمليات العسكرية، وابتكار أساليب أخرى جديدة، كما اتجه البعض الآخر إلى منشآت الأعمال حيث قاموا بتطبيق الأساليب التي قاموا بتطويرها لحل الكثير من المشاكل التي تواجه تلك المنشآت ومنها علي سبيل المثال المشاكل المتعلقة بالمخزون السلعي، والمشاكل المتعلقة بتخصيص الموارد والتكاليف، والمشاكل المتعلقة بإحلال الآلات أو معدات الإنتاج، الجدولة... الخ، وأصبحت أساليب بحوث العمليات التي تتناول هذه المشاكل نماذج معيارية، الأمر الذي أدى إلى تشجيع العديد من المنشآت بما فيها المنشآت الصغيرة لأن تستفيد من هذه النماذج في حل العديد من المشاكل التي تواجهها دون أن تستثمر أموال كبيرة في البحوث والدراسات.

هذا، وقد ساعد علي انتشار أساليب بحوث العمليات في التطبيقات العملية عدة عوامل منها التطور الهائل والسريع في الحاسبات الآلية ونظم وبرامج التشغيل، وزيادة حدة المنافسة بين منشآت الأعمال مما جعلها تلجأ إلى استخدام الطرق والأساليب العلمية التي تساعد علي تقديم منتجاتها أو خدماتها بالجودة العالية

والتكلفة المناسبة، التطور المستمر في مجال بحوث العمليات نتيجة جهود العلماء والباحثين والمنظمات المهنية المعنية.

ونظراً للأهمية المشار إليها لأساليب بحوث العمليات في حل العديد من المشاكل التي تواجه منشآت الأعمال، فإنه يتعين علي المحاسب أن يلم إلماماً كافياً بهذه الأساليب وكيفية تطبيقها والاستفادة منها في تحليل وتفسير البيانات المحاسبية أو المالية وتقديمها للإدارة بالشكل الذي يساعدها في ترشيد القرارات الإدارية المختلفة. ومن هذا المنطلق يقدم هذا المرجع شرحاً مبسطاً لبعض أساليب بحوث العمليات بطريقة تمكن القارئ من فهم كل أسلوب ومعرفة كيفية استخدامه، دون الخوض في الإثباتات الرياضية المتعلقة بتلك الأساليب، مع التركيز علي كيفية تطبيق تلك الأساليب ومجالات استخدامها، وذلك علي اعتبار أن هدفنا الأساسي في هذا المرجع ينصب علي تدريب الطالب علي كيفية تطبيق هذه الأساليب والاستفادة منها في المجالات المختلفة، وبصفة خاصة مجال المحاسبة والإدارة.

ويحتوي هذا المرجع علي خمسة فصول تتناول الفصل الأول منها نموذج النقل ودوره في تخفيض تكاليف النقل، وتتناول الفصل الثاني نموذج التعيين. أما الفصل الثالث فقد تناول تحليل شبكات الأعمال ودورها في تحديد أقصر طريق وأقصى تدفق. في حين تناول الفصل الرابع تخطيط المشروعات والرقابة علي تنفيذها باستخدام أسلوب المسار الحرج، وأخيراً تناول الفصل الخامس تخطيط المشروعات والرقابة علي تنفيذها في ظل ظروف عدم التأكد باستخدام أسلوب بيرت.

والله أسأل أن أكون قد وفقت في تناول موضوعات هذا المؤلف ،،،

المؤلف

القاهرة - ٢٠٠٩



الفصل الأول

نموذج النقل

مقدمة

يلعب النقل دوراً هاماً في اقتصادنا القومي وأيضاً في اتخاذ القرارات الإدارية، حيث أن توافر النقل الاقتصادي يعتبر من الأمور الجوهرية لضمان بقاء واستمرار منشآت الأعمال. ويعتبر النقل أحد العناصر المهمة بل والرئيسية في إيصال السلع إلى المستهلك، وفي نقل المنتجات نصف المصنوعة من مرحلة إنتاجية إلى أخرى في المنشآت الصناعية. أي أنه يمثل العصب الحساس في كيان منشآت الأعمال. ولقد بدأت مشكلة النقل تأخذ أهميتها من خلال ما تحته تكاليف النقل من أهمية نسبية مقارنة بمجموع تكاليف التصنيع والتوزيع. من هذا المنطلق تسعى منشآت الأعمال المختلفة (الصناعية، التجارية، الزراعية وغيرها) إلى استخدام الوسائل والأساليب الحديثة والمتطورة بهدف تخفيض تكاليف النقل إلى أدنى مستوي ممكن. حيث تقضي المبادئ الاقتصادية السليمة بالبحث عن كافة السبل التي من شأنها ترشيد الإنفاق على خدمة النقل بهدف تحقيق أقل تكلفة ممكنة لنقل السلع من مصادر مختلفة (مناطق إنتاجها أو عرضها) إلى نهايات مختلفة (مناطق استخدامها أو طلبها).

وبناء عليه سوف يتناول هذا الفصل نوع خاص من النماذج الرياضية الخاص بحل مشاكل النقل يسمى نموذج النقل.

نموذج النقل وتخفيض التكاليف:

يعتبر نموذج النقل أحد النماذج الرياضية الخاصة والذي يهدف إلى إيجاد أسلوب أمثل لتوزيع (نقل أو شحن) سلعة أو مادة ما من مناطق إنتاجها أو عرضها (المصانع) إلى مناطق استهلاكها أو طلبها (المناطق البيعية أو المخازن) بحيث تكون تكلفة النقل الكلية للسلعة أو المادة أقل ما يمكن. ويشترط لاستخدام نموذج النقل توافر الشروط التالية:

- وجود طاقات محدودة ومعروفه ومقاسه كمياً للمصانع والمخازن التي تنقل منها السلع أو المواد. وكذلك فإن المناطق البيعية أو المخازن كجهات طالبة يجب أن تكون احتياجاتها محددة ومقاسه في شكل كمي.

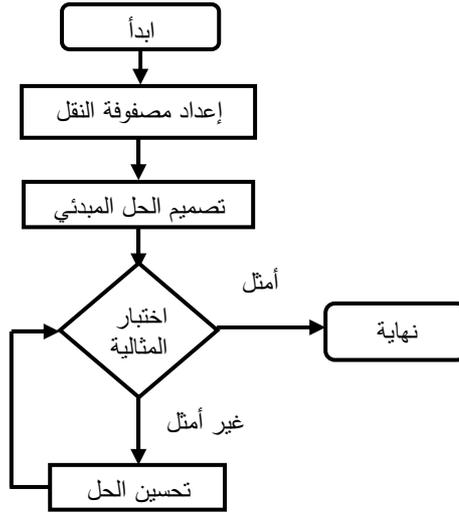


٢. وجود مسارات متعددة لنقل أو شحن السلع أو المواد من مناطق الإنتاج أو العرض إلى مناطق الاستهلاك أو الطلب، حتى يمكن الاختيار والمفاضلة بين هذه المسارات البديلة.
٣. ثبات تكلفة نقل الوحدة من السلعة أو المادة من موقع شحنها إلى موقع وصولها، وذلك للحفاظ على صفة الخطية.

المراحل الأساسية لحل مشكلة النقل:

يتضمن نموذج النقل الخاص بحل مشكلة النقل المراحل الأساسية التالية:

- ١- إعداد مصفوفة النقل ومن ثم تصميم حل مبدئي أساسي ممكن يلبي احتياجات النهايات المختلفة في حدود الطاقات المتاحة للمصادر. ويمكن تحديد هذا الحل بعدة طرق من أهمها طريقة الركن الشمالي الشرقي وطريقة أدنى تكلفة وطريقة فوجل التقريبية.
- ٢- اختبار مثالية الحل: وذلك بتحديد تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية من الخلايا الفارغة- أي المتغيرات غير الأساسية في الحل الذي يتم اختياره- للتعرف على ما إذا كان يمكن تخفيض تكلفة النقل الكلية بشغل خلية أو أكثر خلاف تلك الخلايا التي تم شغلها في الحل السابق (المبدئي). وتتحقق مثالية الحل إذا كانت تكاليف الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة سالبة أو مساوية للصفر.
- ٣- تصميم حلول أخرى وذلك باستخدام الخلايا الفارغة التي تحقق أكبر تخفيض في تكلفة النقل الكلية (أي إدخال متغيرات غير أساسية في الحل لتصبح متغيرات أساسية). ثم يتم تكرار الخطوتين السابقتين حتى نصل إلى الحل الأمثل. ويوضح شكل (١/١) المراحل الأساسية لنموذج النقل:



شكل رقم (١/١) المراحل الأساسية لنموذج النقل

تصميم الحل المبدئي لمشكلة النقل:

قبل البدء في استخدام نموذج النقل في حل مشكلة النقل يتطلب الأمر ترتيب بيانات المشكلة في شكل مصفوفة أو جدول، وذلك بتخصيص صف لكل مصدر (مصنع) وعمود لكل نهاية (مخزن أو منطقة بيعيه). وتسمى نقطة تقاطع الصف مع العمود بالخلية. ويلاحظ أن عدد خلايا المصفوفة يساوي حاصل ضرب عدد المصادر في عدد النهايات. ويسجل داخل كل خلية الكمية التي يقترح نقلها من المصدر إلي النهاية. ويرمز لهذه الكمية بالرمز أ، ومن ثم فإن الرمز (أ_{١١}) يعني الكمية المقترح نقلها من المصدر الأول إلي النهاية الأولى، والرمز (أ_{١م}) يمثل الكمية المقترح نقلها من المصدر ن إلي النهاية م. كما يتم بيان الطاقة المتاحة لكل مصنع (ويرمز لها بالرمز ط) علي يسار كل صف، وتكتب احتياجات كل نهاية (ويرمز لها بالرمز ح) أسفل العمود الخاص بها. وأخيراً تسجيل تكلفة نقل الوحدة من السلعة من كل مصدر إلي كل نهاية في الركن العلوي الأيسر من كل خلية في المصفوفة، ويرمز لهذه التكلفة بالرمز ك، ومن ثم فإن (ك_{١١}) تمثل تكلفة نقل وحدة من السلعة من المصدر الأول إلي النهاية الأولى، وبالمثل فإن (ك_{١م}) تعني تكلفة نقل وحدة من السلعة من المصدر ن إلي النهاية م.

ونود الإشارة إلي أن إعداد مصفوفة النقل يتسم بالمرونة، حيث يمكن تخصيص الأعمدة للمصادر (المصانع) والصفوف للنهايات (المخازن أو المناطق البيعية)، كما يمكن كتابة تكلفة نقل الوحدة في أي مكان داخل كل خلية. هذا ويوضح الجدول رقم (١/١) الشكل العام لمصفوفة النقل.

جدول رقم (١/١)

الشكل العام لمصفوفة النقل

الطاقات	النهايات (المخازن أو المناطق البيعية)				المصادر (المصانع)
	ص م	ص ٢	ص ١	
ط ١	ك ^{١م}		ك ^{٢١}	ك ^{١١}	س ١
	أ ^{١م}		أ ^{٢١}	أ ^{١١}	
ط ٢	ك ^{٢م}		ك ^{٢٢}	ك ^{١٢}	س ٢
	أ ^{٢م}		أ ^{٢٢}	أ ^{١٢}	
					:
					:
ط ن	ك ^{نم}		ك ^{٢ن}	ك ^{١ن}	س ن
	أ ^{نم}		أ ^{٢ن}	أ ^{١ن}	
	ح م	ح ٢	ح ١	الاحتياجات

هذا، وبعد إعداد مصفوفة النقل يتم تصميم الحل المبدئي لمشكلة النقل، ويمكن

تصميم هذا الحل المبدئي بعدة طرق أهمها ما يلي:

١- طريقة الركن الشمالي الشرقي. North- East Corner Method

٢- طريقة أدنى تكلفة. The Least- Cost Method

٣- طريقة فوجل التقريبية. Vogel's Approximation Method

ويمكن توضيح خطوات تطبيق هذه الطرق الثلاثة للتوصل إلي الحل المبدئي

لمشكلة النقل من خلال المثال التالي:

مثال (١):

تنتج إحدى المنشآت الصناعية منتج واحد في ثلاثة مصانع (س١، س٢، س٣)

تقع في مناطق مختلفة. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج علي أربع مناطق

بيعية مختلفة (ص١، ص٢، ص٣، ص٤).

وفيما يلي البيانات الخاصة بالطاقة الإنتاجية المتوقعة للمصانع الثلاثة، وكذلك

الاحتياجات المتوقعة للمناطق البيعية من هذا المنتج خلال الفترة المالية القادمة:

احتياجات المناطق البيعية		الطاقات الإنتاجية المتوقعة	
الاحتياجات	المنطقة البيعية	الطاقة الإنتاجية	المصنع
٨٠ وحدة	ص١	١٠٠ وحدة	س١
١٧٠ وحدة	ص٢	٢٠٠ وحدة	س٢
١٩٠ وحدة	ص٣	٣٠٠ وحدة	س٣
١٦٠ وحدة	ص٤		
٦٠٠ وحدة	إجمالي الاحتياجات	٦٠٠ وحدة	إجمالي الطاقات

وتقدر تكلفة نقل الوحدة من المنتج من المصانع إلي المناطق البيعية المختلفة (بالجنبيات) كما يلي:

من	إلي	ص١	ص٢	ص٣	ص٤
س١	٧	٣	٨	٢	
س٢	٥	٦	١١	١٢	
س٣	١٠	٤	٧	٦	

والمطلوب: تحديد جدول النقل الأمثل الذي يترتب عليه تحقيق أقل تكلفة نقل كلية ممكنة. قبل البدء في توضيح خطوات حل مشكلة النقل المبينة في المثال السابق نعيد ترتيب بيانات هذه المشكلة في الجدول التقليدي للنقل كما هو واضح بالجدول رقم (٢/١) التالي:

جدول رقم (٢/١)

الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣	٧	س١
٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	س٣
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات

أولاً: إعداد الجدول المبدئي بطريقة الركن الشمالي الشرقي:

تسمى هذه الطريقة في اللغة الإنجليزية بطريقة الركن الشمالي الغربي North West Corner نظراً لأن جدول النقل باللغة الإنجليزية يبدأ من اليسار إلي اليمين في حين يتجه

هذا الجدول في اللغة العربية من اليمين إلى اليسار لذلك تسمى هذه الطريقة بالعربية بطريقة الركن الشمالي الشرقي.

وفقاً لهذه الطريقة يتم البدء من الركن الشمالي الشرقي في مصفوفة النقل، أي من الخلية س₁ص₁ وهي الخلية التي تخصص بها الكمية المرسله من المصدر (المصنع) الأول إلى النهاية (المنطقة البيعية) الأولى. وحيث أن الطاقة الإنتاجية للمصنع الأول تبلغ ١٠٠ وحدة وتحتاج المنطقة البيعية الأولى إلى ٨٠ وحدة، ومن ثم فإن طاقة المصنع الأول تكفي لتلبية احتياجات المنطقة البيعية الأولى. وبناء عليه يخصص في الخلية س₁ص_١ الكمية ٨٠ وحدة. ثم يكون السؤال التالي: هل استنفدت طاقة المصنع الأول بالكامل؟ والإجابة هي: لا. ولذلك نتحرك أفقياً إلى الخلية س_١ص_٢ بقي لدينا من طاقة المصنع الأول ٢٠ وحدة بينما الكمية المطلوبة للمنطقة البيعية الثانية هي ١٧٠ وحدة. إذاً نخصص الكمية ٢٠ وحدة كلها في الخلية س_١ص_٢ ثم نتحرك رأسياً إلى أسفل في نفس الوقت للخلية س_٢ص_٢ (لأننا قد استنفدنا طاقة المصنع الأول بالكامل) لاستكمال باقي احتياجات المنطقة البيعية الثانية.

الآن نحن أمام المصنع الثاني بكامل طاقته الإنتاجية وهي ٢٠٠ وحدة بينما المطلوب لاستكمال باقي احتياجات المنطقة البيعية الثانية هو ١٥٠ وحدة فقط، أي أن الطاقة الإنتاجية للمصنع الثاني تكفي - وتزيد - لاستكمال احتياجات المنطقة البيعية الثانية. وبناء عليه نخصص في الخلية س_٢ص_٢ الكمية ١٥٠ وحدة. والآن وبعد أن أشبعنا احتياجات المنطقة الثانية ولم نستنفد بعد طاقة المصنع الثاني فإنه يلزم أن نتحرك أفقياً إلى الخلية س_٢ص_٣. هنا نجد أن المنطقة البيعية الثالثة في حاجة إلى ١٩٠ وحدة بينما الباقي من طاقة المصنع الثاني ٥٠ وحدة فقط. إذاً نقوم بتخصيص هذه الكمية (٥٠ وحدة) في الخلية س_٢ص_٣ ثم نتحرك رأسياً إلى أسفل للخلية س_٣ص_٣ لاستكمال باقي احتياجات المنطقة البيعية الثالثة. نحن الآن أمام المصنع الثالث وتبلغ طاقته الإنتاجية ٣٠٠ وحدة في حين الباقي لاستكمال احتياجات المنطقة البيعية الثالثة ١٤٠ وحدة، وبناء عليه نقوم بتخصيص ١٤٠ وحدة للخلية س_٣ص_٣ لإشباع احتياجات المنطقة بالكامل، ثم نتحرك بعد ذلك أفقياً إلى الخلية س_٣ص_٤. يلاحظ أنه مازال لدينا ١٦٠ وحدة متبقية من طاقة المصنع الثالث وهي تعادل

في نفس الوقت احتياجات المنطقة البيعية الرابعة (٦٠ وحدة)، ومن ثم يتم تخصيص هذه الكمية (١٦٠ وحدة) للخلية س٣ ص٤.

وبناء علي ما تقدم يكون الحل المبدئي وفقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي كما هو مبين في الجدول رقم (٣/١):

جدول رقم (٣/١)

الحل المبدئي وفقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي

الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣ ٢٠	٧ ٨٠	س١
٢٠٠	١٢	١١ ٥٠	٦ ١٥٠	٥	س٢
٣٠٠	٦ ١٦٠	٧ ١٤٠	٤	١٠	س٣
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات

ويتضح من الجدول السابق رقم (٣/١) ما يلي:

١- يحتوي جدول الحل المبدئي السابق علي عدد من الخلايا الفارغة وعدد من الخلايا المشغولة، ويعتبر الحل السابق حلاً أساسياً ممكناً، حيث يكون الحل المبدئي حلاً أساسياً يمكن تحسينه مباشرة إذا توفر الشرط التالي:

$$\text{مجموع الخلايا المشغولة بالكميات} = \text{ن} + \text{م} - ١$$

حيث أن:

ن = عدد المصادر (المصانع)،

م = عدد النهايات (المناطق البيعية)

وفي المثال السابق: ن = ٣، م = ٤

$$\text{وعدد الخلايا المشغولة في الحل المبدئي} = ٦ = ٣ + ٤ - ١.$$

٢- يتم حساب تكاليف النقل عن طريق مجموع حاصل ضرب الكميات المخصصة لكل خلية في تكلفة نقل الوحدة، ومن ثم فإن إجمالي تكلفة النقل المترتبة علي هذا الحل المبدئي يمكن حسابها كالآتي:

الخلية	الكمية	تكلفة نقل الوحدة	التكلفة
١ ص ١	٨٠ ×	٧	٥٦٠ =
١ ص ٢	٢٠ ×	٣	٦٠ =
٢ ص ٢	١٥٠ ×	٦	٩٠٠ =
٢ ص ٣	٥٠ ×	١١	٥٥٠ =
٣ ص ٣	١٤٠ ×	٧	٩٨٠ =
٣ ص ٤	١٦٠ ×	٦	٩٦٠ =
إجمالي تكلفة النقل			٤٠١٠ جنيه.

ثانياً: إعداد الحل المبدئي بطريقة أدنى تكلفة.

تتلخص خطوات طريقة أدنى تكلفة في الآتي:

١- البحث عن الخلية التي لها أقل تكلفة في جدول النقل، وإذا ما وجدت أكثر من خلية لها نفس التكلفة (أقل تكلفة)، في هذه الحالة يمكن اختيار أي خلية منهم عشوائياً ولكن للوصول إلي الحل الأمثل بصورة أسرع ولتقليل عدد المحاولات والجداول لتحسين الحل فإنه يمكن البدء باختيار الخلية التي تستوعب أكبر عدد من الوحدات من بين هذه الخلايا.

٢- ملء الخلية المختارة بأقصى كمية ممكنة وذلك في ضوء طاقة المصادر (المصانع) واحتياجات نقاط الطلب (المخازن أو المناطق البيعية) أيهما أقل. ثم استبعاد الخلايا الأخرى في الصف أو العمود المستنفد أو الذي تم تلبية احتياجاته بالكامل. ونود الإشارة إلي أننا عندما نقول باستبعاد صف أو عمود فإنما نعني أنه لا يجب في أي خطوة تالية اختيار خلية من هذا الصف أو ذلك العمود لتدخل هذا الحل الذي نحن بصددده.

٣- تكرار الخطوتين (١)، (٢) لباقي جدول النقل حتى يتم الوصول إلي حل أساسي ممكن.

وبناء عليه يتم إعداد جدول النقل المبدئي للمثال السابق بطريقة أدنى تكلفة طبقاً للخطوات التالية:

١- نبدأ بالخلية التي لها أقل تكلفة، وهي الخلية س_١ ص_٤، ونخصص لتلك الخلية أقصى كمية ممكنة وذلك في ضوء مجموع الصف أو العمود أيهما أقل (أي في ضوء طاقة المصنع س_١ واحتياجات المنطقة البيعية ص_٤؛ أيهما أقل)، حيث تحتاج المنطقة البيعية ص_٤ إلى ١٦٠ وحدة بينما يستطيع المصنع س_١ توفير كمية قدرها ١٠٠ وحدة فقط، لذلك فإننا نخصص ١٠٠ وحدة في الخلية س_١ ص_٤، وبذلك نكون قد استنفدنا طاقة المصنع س_١ بالكامل في تلبية بعض احتياجات المنطقة البيعية ص_٤، لذلك فإننا لا نستطيع أن نخصص أي كمية لأي خلية من الخلايا الأخرى في صف س_١، ومن ثم يتم استبعاد هذا الصف.

٢- نستمر في البحث عن الخلية ذات التكلفة الأقل (دون النظر إلى خلايا الصف الأول س_١ نظراً لاستبعاد هذا الصف في الخطوة السابقة) نجد أن الخلية س_٣ ص_٢ هي الخلية المنشودة، ومن ثم يتم تخصيص أكبر كمية ممكنة لتلك الخلية ١٧٠ وحدة، وهي الكمية المطلوبة للمنطقة البيعية ص_٢ وفي حدود الطاقة المتاحة للمصنع س_٣. ويلاحظ أنه قد تم استيفاء حاجة المنطقة البيعية الثانية ص_٢ بالكامل، لذلك يتم استبعاد العمود ص_٢.

٣- ننقل بعد ذلك إلى الخلية الأقل تكلفة في مصفوفة النقل (بعد استبعاد صف س_١ وعمود ص_٢) وهي الخلية س_٢ ص_١، حيث أن تكلفة نقل الوحدة لها تبلغ ٥ جنيه، ويتم تخصيص أكبر كمية ممكنة لتلك الخلية ٨٠ وحدة، وهي الكمية المطلوبة للمنطقة البيعية ص_١ وفي حدود الطاقة المتاحة للمصنع س_٢. ويتم استبعاد عمود ص_١ نظراً للوفاء باحتياجات المنطقة البيعية الأولى ص_١ بالكامل.

٤- الانتقال إلى الخلية التالية الأقل تكلفة (بعد استبعاد صف س_١ وعمود ص_٢) وعمود ص_٢) وهي الخلية س_٣ ص_٤، حيث تبلغ تكلفة نقل الوحدة لها ٦ جنيه، ويتم تخصيص أكبر كمية ممكنة لتلك الخلية ٦٠ وحدة، وهي باقي الكمية المطلوبة للمنطقة البيعية ص_٤ (١٦٠ وحدة - ١٠٠ وحدة تم استيفائها من المصنع س_١ بالخلية س_١ ص_٤) وفي حدود باقي الطاقة المتاحة للمصنع س_٣ (٣٠٠ وحدة - ١٧٠ وحدة المخصصة للمنطقة البيعية الثانية بالخلية س_٣ ص_٢). ويلاحظ في هذه الخطوة أنه قد تم استيفاء احتياجات المنطقة البيعية الرابعة ص_٤ بالكامل، لذلك يتم استبعاد العمود ص_٤.

٥- الاستمرار في البحث عن الخلايا ذات أقل تكلفة، ويلاحظ أنه بعد استبعاد صف س_١ والأعمدة ص_١، ص_٢، ص_٤، لا يوجد أمامنا سوي الاختيار من بين خليتين فقط هما س_٢ ص_٣، س_٣ ص_٣، ويتم اختيار الخلية س_٢ ص_٣ لأن لها تكلفة نقل أقل وتبلغ ٧ جنيه للوحدة، ونخصص لتلك الخلية ٧٠ وحدة وهي الكمية الباقية المتوفرة من طاقة المصنع ص_٣

(٣٠٠ وحدة إجمالي طاقة المصنع مطروحاً منها ٢٣٠ وحدة تتمثل في ١٧٠ وحدة مخصصة للخلية س٣ ص٢ في الخطوة رقم ٢ بالإضافة إلى ٦٠ وحدة مخصصة للخلية س٣ ص٤ في الخطوة رقم ٤). ويلاحظ أن هذه الكمية المخصصة للخلية س٣ ص٣ أقل من احتياجات المنطقة البيعية الثالثة ص٣.

٦- لم يبق أمامنا الآن سوي استيفاء باقي احتياجات المنطقة البيعية الثالثة ص٣ وقدرها ١٢٠ وحدة (١٩٠ وحدة إجمالي احتياجات المنطقة - ٧٠ وحدة تم تخصيصها للخلية س٣ ص٢ في الخطوة السابقة). وليس لنا خيار سوي استخدام باقي طاقة مصنع س٢ وقدرها ١٢٠ وحدة (٢٠٠ وحدة - ٨٠ وحدة مخصصة للخلية س٢ ص١ في الخطوة رقم ٣) وتخصيصها للخلية س٢ ص٣. وبذلك نكون قد استكملنا إجراءات تحديد الحل المبدئي وفقاً لطريقة أدنى تكلفة، ومن ثم يكون جدول النقل المبدئي في شكله الكامل كما هو موضح بالجدول رقم (٤/١) التالي:

جدول رقم (٤/١)

الحل المبدئي وفقاً لطريقة أدنى تكلفة

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣	٧	س١
	١٠٠				
٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
		١٢٠		٨٠	
٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	س٣
	٦٠	٧٠	١٧٠		
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات

وتحسب تكلفة النقل الكلية المترتبة علي هذا الحل المبدئي كما يلي:

التكلفة	=	تكلفة نقل الوحدة	×	الكمية	الخلية
٢٠٠	=	٢	×	١٠٠	س١ ص٤
٤٠٠	=	٥	×	٨٠	س٢ ص١
١٣٢٠	=	١١	×	١٢٠	س٢ ص٣
٦٨٠	=	٤	×	١٧٠	س٢ ص٢
٤٩٠	=	٧	×	٧٠	س٣ ص٣
٣٦٠	=	٦	×	٦٠	س٣ ص٤
٣٤٥٠ جنييه.					إجمالي تكلفة النقل

ثالثاً: إعداد الحل المبدئي بطريقة فوجل التقريبية:

تقوم هذه الطريقة علي أساس إيجاد الحل المبدئي لمشكلة النقل من خلال دراسة تكلفة النقل المرتبطة بالمسارات البديلة لنقل المنتجات من مناطق إنتاجها أو عرضها إلي مناطق طلبها المختلفة، ومن ثم تهتم هذه الطريقة بتكلفة الفرصة البديلة إذ لا يهم فقط تحديد الخلايا ذات أقل تكلفة في كل صف وكل عمود كما هو الحال في طريقة أدنى تكلفة، وإنما الأهم من ذلك معرفة الجزء الذي تتحمله المنشأة في حالة الاضطرار إلي عدم ملء الخلية المثلي والاتجاه إلي خلايا أخري لها تكلفة أعلي.

وتتمثل خطوات طريقة فوجل التقريبية في الوصول للحل المبدئي لمشكلة النقل مع

الإيضاح علي المثال السابق في الآتي:

١- يتم احتساب الجزء لكل عمود وكل صف، الناتج عن عدم استخدام الخلية صاحبة أقل تكلفة في هذا العمود أو الصف والاتجاه إلي استخدام الخلية ذات التكلفة الأعلى مباشرة لهذه الخلية المثلي. ويحتسب هذا الجزء بالفرق بين أدنى تكلفة والتكلفة التي تلوها في القيمة مباشرة وتكتب فروق الأعمدة في صف يخص لذلك بعد صف الإجمالي، كما تكتب فروق الصفوف في عمود خاص بعد عمود الإجمالي. ويوضح جدول رقم (٥/١) بيانات المشكلة وفروق الأعمدة وفروق الصفوف.

جدول رقم (٥/١)

جدول النقل الأول وحساب الفروق

فروق الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
		ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١ (٢-٣)	١٠٠ (١٠٠)	٢	٨	٣	٧	١س
١ (٥-٦)	٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	٢س
٢ (٤-٦)	٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	٣س
	٦٠٠	١٦٠ (١٠٠)	١٩٠	١٧٠	٨٠	إجمالي الاحتياجات
		٤ (٢-٦)	١ (٧-٨)	١ (٣-٤)	٢ (٥-٧)	فروق الأعمدة

٢- بعد الانتهاء من حساب جميع فروق الأعمدة وفروق الصفوف يتم اختيار العمود أو الصف صاحب أكبر فرق ونختار في ذلك العمود أو الصف الخلية صاحبة أقل تكلفة نقل وفي حالة تساوي أكثر من عمود أو أكثر من صف أو أكثر من عمود وصف في أكبر فرق تكلفة يتم اختيار أحدهم عشوائياً، وبعد ذلك تتم عملية التخصيص للخلية المختارة بنفس الأسلوب السابق (طاقة المصنع أو احتياجات المنطقة البيعية أيهما أقل). وحيث أن أكبر فرق في الجدول رقم (٥/١) السابق هو ٤ وذلك في العمود ص؛ وأقل تكلفة نقل في ذلك العمود ٢ في الخلية س١ ص؛، لذلك يخصص لتلك الخلية الكمية المناسبة في ضوء طاقة المصنع س١ أو حاجة المنطقة البيعية ص؛ أيهما أقل ووفقاً لذلك يتم تخصيص كامل طاقة المصنع س١ إلى تلك الخلية وتبقي المنطقة البيعية ص؛ في حاجة إلى ٦٠ وحدة (١٦٠ - ١٠٠). ومن ثم يتم استبعاد صف المصنع س١ حيث تم استفاد طاقته بالكامل. وتجدر الإشارة إلى أنه إذا ما أدت عملية التخصيص لأحد الخلايا إلى استفاد طاقة الصف (المصنع) والوفاء باحتياجات العمود (المنطقة البيعية) في آن واحد يحدف أحدهما فقط وليس كلاهما، وذلك بأن نحدف العمود مثلاً ثم نتحرك إلى الخلية ذو التكلفة الأقل في الصف وندرج بها صفراً ثم نستبعده.

وكقاعدة عامة فإنه عند استبعاد صف يعاد حساب فروق جديدة للأعمدة فقط، وعند استبعاد عمود يعاد حساب فروق جديدة للصفوف فقط. وفي ضوء ذلك يصبح جدول النقل الجديد (الثاني) بعد استبعاد صف س١ وإعادة حساب فروق الأعمدة والصفوف كما هو موضح بالجدول رقم (٦/١) التالي:

جدول رقم (٦/١)

جدول النقل الثاني وحساب الفروق

فروق الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
		ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١ (٥-٦)	٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
٢ (٤-٦)	٣٠٠ (٦٠)	٦	٧	٤	١٠	س٣
		٦٠ (٦٠)	١٩٠	١٧٠	٨٠	إجمالي الاحتياجات
		٦ (٦-١٢)	٤ (٧-١١)	٢ (٤-٦)	٥ (٥-١٠)	فروق الأعمدة

٣- يتم تكرار ما سبق إجراءه في الخطوة السابقة من حيث تحديد أكبر الفروق في الجدول رقم (٦/١) وتحديد الخلية صاحبة أقل تكلفة نقل في ذلك الصف أو العمود صاحب أكبر فرق. وحيث أن أكبر الفروق في الجدول رقم (٦/١) وقيمتها ٦ تقع في عمود المنطقة

البيعية ص؛ وأقل تكلفة نقل في ذلك العمود ٦ بالخلية س٣ ص؛، لذلك تخصص الكمية المناسبة لهذه الخلية (طاقة المصنع س٣ أو احتياجات المنطقة ص؛ أيهما أقل) وبناء عليه تم تخصيص كمية مقدارها ٦٠ وحدة لتلك الخلية، ويترتب علي ذلك استيفاء احتياجات المنطقة البيعية ص؛ بالكامل وبالتالي يتم استبعاد عمود ص؛ وتخفيض كمية صف س٣ بمقدار ٦٠ وحدة؛ أي من ٣٠٠ وحدة إلي ٢٤٠ وحدة. ويكون جدول النقل الثالث بعد استبعاد عمود ص؛ وإعادة حساب الفروق كما هو موضح بالجدول رقم (٧/١).

جدول رقم (٧/١)

جدول النقل الثالث وحساب الفروق

فروق الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية			المصانع
		ص٣	ص٢	ص١	
١ (٥ - ٦)	٢٠٠ (٨٠)	١١	٦	٥	س٢
٣ (٤ - ٧)	٢٤٠	٧	٤	١٠	س٣
		١٩٠	١٧٠	٨٠ (٨٠)	إجمالي الاحتياجات
		٤ (٧ - ١١)	٢ (٤ - ٦)	٥ (٥ - ١٠)	فروق الأعمدة

٤- بدراسة جدول رقم (٧/١) أعلاه نلاحظ أن أكبر الفروق في ذلك الجدول قيمته ٥ ويوجد في عمود المنطقة البيعية ص١ وأقل تكلفة نقل في ذلك العمود ٥ وتقع في الخلية س٢ ص١. لذلك يتم تخصيص الكمية المناسبة لتلك الخلية (طاقة المصنع س٢ أو احتياجات المنطقة البيعية ص١ أيهما أقل) وبناء عليه تخصص كمية مقدارها ٨٠ وحدة لتلك الخلية، ويترتب علي ذلك استيفاء احتياجات المنطقة البيعية ص١ بالكامل وبالتالي يتم استبعاد عمود ص١ وتخفيض كمية صف س٢ بمقدار ٨٠ وحدة؛ أي من ٢٠٠ وحدة إلي ١٢٠ وحدة. ويكون جدول النقل الرابع بعد استبعاد عمود ص١ وإعادة حساب الفروق كما هو موضح بالجدول رقم (٨/١).

جدول رقم (٨/١)

جدول النقل الرابع وحساب الفروق

فروق الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية		المصانع
		ص ٣	ص ٢	
٥	١٢٠ (١٢٠)	١١	٦	س ٢
٣	٢٤٠	٧	٤	س ٣
		١٩٠	١٧٠ (١٢٠)	إجمالي الاحتياجات
		٤	٢	فروق الأعمدة

٥- يلاحظ أن جدول النقل الرابع السابق رقم (٨/١) لم يتبقى به سوي عمودان وصفان فقط، ويحتوي صف المصنع س٢ بذلك الجدول علي أكبر الفروق ٥ وأقل تكلفة نقل في ذلك الصف ٦ وتقع في الخلية س٢ ص٢، وبالمقارنة بين الكمية المتبقية من طاقة المصنع س٢ واحتياجات المنطقة ص٢ نجد أنه من المناسب تخصيص ١٢٠ وحدة لهذه الخلية؛ الأمر الذي يؤدي إلي استنفاد طاقة المصنع س٢ بالكامل وتخفيض احتياجات المنطقة البيعية ص٢ بمقدار ١٢٠ وحدة؛ أي من ١٧٠ وحدة إلي ٥٠ وحدة فقط. ومن ثم يتم استبعاد صف س٢. وبالتالي يصبح جدول النقل الخامس كما هو موضح بالجدول رقم (٩/١).

جدول رقم (٩/١)

جدول النقل الخامس

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية		المصانع
	ص ٣	ص ٢	
٢٤٠ (٢٤٠)	٧	٤	س ٣
	١٩٠	٥٠	إجمالي الاحتياجات
	١٩٠ (١٩٠)	٥٠ (٥٠)	

٦- هنا نجد أنفسنا أمام موقف جديد يتمثل في بقاء صف واحد لم يستبعد بعد وهو صف المصنع س٣ وطاقته ٢٤٠ وحدة مقابل عدم استكمال باقي احتياجات المنطقة البيعية ص٢ وقدرها ٥٠ وحدة بالإضافة إلي عدم الوفاء باحتياجات المنطقة ص٣ بالكامل وقدرها ١٩٠ وحدة، وبالتالي لم يعد أماننا خيار في كيفية إشباع هذه الاحتياجات إذ أن المصدر الوحيد الباقي أماننا هو المصنع س٣، ولذلك تستكمل هذه الاحتياجات فوراً بأن نخصص في الخلية س٣ ص٢ ٥٠ وحدة لإشباع باقي احتياجات المنطقة ص٢ ثم يتم تخصيص باقي طاقة المصنع س٣ ١٩٠ وحدة (٢٤٠ - ٥٠) للوفاء باحتياجات المنطقة ص٣ بالكامل. (وتجدر الإشارة إلي أن عملية حساب الفروق للأعمدة قبل إجراء هذه الخطوة أصبحت غير مجدية بل غير ممكنة، حيث لم يتبق غير صف واحد بعد أن استبعدنا صف س٢).

وبذلك نكون قد استكملنا إجراءات تحديد الحل المبدئي وفقاً لهذه الطريقة، ومن ثم يكون جدول النقل المبدئي في شكله النهائي كما هو موضح بالجدول رقم (١٠/١).

جدول رقم (١٠/١)

الحل المبدئي وفقاً لطريقة فوجل التقريبية

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣	٧	س١
	١٠٠				
٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
			١٢٠	٨٠	
٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	س٣
	٦٠	١٩٠	٥٠		
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	إجمالي الاحتياجات

وتحسب تكلفة النقل الكلية المترتبة علي هذا الحل المبدئي كما يلي:



الخلية	الكمية	تكلفة نقل الوحدة	التكلفة
س ١ ص ٤	١٠٠ ×	٢ =	٢٠٠
س ٢ ص ١	٨٠ ×	٥ =	٤٠٠
س ٢ ص ٢	١٢٠ ×	٦ =	٧٢٠
س ٣ ص ٢	٥٠ ×	٤ =	٢٠٠
س ٣ ص ٣	١٩٠ ×	٧ =	١٣٣٠
س ٣ ص ٤	٦٠ ×	٦ =	٣٦٠
إجمالي تكلفة النقل			٣٢١٠ جنيه.

مقارنة بين طرق تحديد الحل المبدئي:

تناولنا عاليه الطرق الأكثر شيوعا لتحديد الحل المبدئي، والآن إلي مقارنة سريعة بين إجمالي تكلفة النقل المترتبة علي الحل المبدئي الذي توصلنا إليه وفقاً لكل طريقة من الطرق الثلاث، ويوضح الجدول رقم (١١/١) هذه المقارنة، ويجب ونحن بصدد المقارنة بين هذه الطرق أن نراعي ما يلي:

- ١- إن الطرق التي تأخذ في الاعتبار تكلفة النقل بين المصادر (نقاط العرض) والنهايات (نقاط الطلب) عند إعداد الحل المبدئي تفضل، بصفة عامة، علي تلك التي لا تراعي ذلك. والدليل علي ذلك أن طريقة الركن الشمالي الشرقي حققت أعلى مستوى للتكلفة مقارنة بالطريقتين الأخرين.
- ٢- أنه في أي حل من الحلول التي توصلنا إليها لم يزد عدد الخلايا المشغولة (المتغيرات الأساسية) علي (م+ن-١) أي ٦. وأي حل أساسي سوف لا يتضمن أكثر من (م+ن-١) من المتغيرات الأساسية، وإذا تضمن أكثر من ذلك فسوف لا يكون حلاً أساسياً.
- ٣- في أي من الطرق التي تناولناها كان شغل (ملء) أي خلية يعني دائماً إما استنفاد طاقة أحد المصادر أو إشباع حاجة إحدى النهايات وإما الاثنين معاً. وتلك سمة مميزة من سمات مشكلة النقل.

جدول رقم (١١/١)

مقارنة إجمالي تكلفة النقل للحل المبدئي وفقاً للطرق الثلاثة

الطريقة	إجمالي تكلفة النقل بالحل المبدئي
١. طريقة الركن الشمالي الشرقي	٤٠١٠
٢. طريقة أدنى تكلفة	٣٤٥٠
٣. طريقة فوجل التقريبية	٣٢١٠

اختبار المثالية:

بعد التوصل إلى الحل المبدئي بأي من الطرق الثلاثة السابقة (طريقة الركن الشمالي الشرقي، طريقة أدنى تكلفة، وطريقة فوجل التقريبية) فإن الخطوة التالية تتمثل في اختبار مثالية ذلك الحل من أجل الانتقال إلى حل أفضل يعطي تكاليف نقل كلية أقل. وتوجد طريقتان شائعتان في الاستخدام يمكن اختبار مثالية الحل المبدئي بواسطة أي منهما وهما:

- ١- طريقة حجر الوطاء Stepping – Stone Method
٢- طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method

وسوف نناقش هاتين الطريقتين مستخدمين مثالنا السابق للإيضاح.

أولاً: طريقة حجر الوطاء:

تقوم هذه الطريقة علي أساس تقييم جميع الخلايا الفارغة (أي المتغيرات غير الأساسية) في الحل الذي يتم اختباره لمعرفة مدي مساهمتها في تخفيض تكاليف النقل الكلية في حالة ملئها (أي تحويلها إلى متغيرات أساسية في الحل). وتتم عملية التقييم عن طريق تحديد تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية فارغة، فإذا كانت تكلفة الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة سالبة أو صفر يكون الحل أمثل، أما إذا كانت تكلفة الفرصة لخلية أو أكثر من الخلايا الفارغة موجبة فإن الحل يكون غير أمثل، ويمكن تصميم حل آخر أفضل منه، وذلك باستخدام الخلية الفارغة ذات اكبر تكلفة فرصة مضاعة موجبة.

وتتلخص خطوات تطبيق طريقة حجر الوطاء في تقييم الخلايا الفارغة واختبار

مثالية الحل في الآتي:



(١) تحديد الخلايا الفارغة بجدول الحل الذي يتم اختياره، بهدف تقييم تلك الخلايا عن طريق الإجابة علي السؤال التالي: ما الذي يحدث إذا ما تم شغل أي خلية من هذه الخلايا بوحدة واحدة؟.

(٢) تحديد المسار المغلق Closed Loop لكل خلية من الخلايا الفارغة، بحيث يبدأ هذا المسار من الخلية الفارغة وينتهي عندها. وهنا يجب مراعاة الاعتبارات التالية في تحديد المسار المغلق:

أ- يجب أن يأخذ خط السير بالمسار دائما شكل خطوط أفقية ورأسية وليس شكل خطوط متقاطعة.

ب- يمر خط السير بخلايا مشغولة حتى يمكن نقل وحدات منها، ويكون عدد خلايا هذا المسار دائما عدد زوجي لا يقل عن أربع خلايا كلها مشغولة ماعدا الخلية التي يتم تقييمها. وفي بعض الحالات يمكن أن يعبر خط السير خلية مشغولة دون أن يخصم منها وذلك للمحافظة علي توازن مجاميع الصفوف والأعمدة.

ج- نظرا لأن الكميات المخصصة بالخلايا مقيدة بمجاميع الصفوف والأعمدة فإن الوحدة التي تضاف في خلية يجب أن تخصم من خلية أخرى في نفس الصف وخليئة أخرى في نفس العمود أيضا حتى لا يختل توازن مجاميع الصفوف والأعمدة. ولتسهيل طريقة الحل تعطي إشارة + ، - بالتعاقب للخلايا ابتداء من الخلية الفارغة المحدد لها المسار ولغاية آخر خلية بالمسار.

(٣) حساب تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية فارغة، وذلك بحساب التغير في التكلفة المترتب علي نقل وحدة واحدة لكل خلية فارغة.

(٤) تقرير مدي مثالية الحل وذلك بفحص تكلفة الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة، فإذا كانت تكلفة الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة سالبة أو صفر يكون الحل أمثل، أي لم تعد هناك فرصة لتخفيض تكاليف النقل الكلية، أما إذا كانت هناك خلية أو أكثر فارغة لها تكلفة فرصة مضاعة موجبة، فلا يكون الحل أمثل حيث ما زالت هناك فرصة وإمكانية لتحسين الحل القائم، أي تخفيض تكاليف النقل الكلية.

(٥) في حالة عدم مثالية الحل يتم ترشيح الخلية الفارغة التي لها أكبر تكلفة فرصة مضاعة موجبة للدخول في برنامج الحل الجديد. وفي حالة تساوي أكثر من خلية فارغة في تكلفة الفرصة المضاعة الموجبة يتم اختيار إحداها عشوائيا. هذا

وتتحدد الكمية التي يتم تخصيصها للخلية التي تم ترشيحها للدخول في الحل الجديد بأقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لتلك الخلية.

ونستطيع الآن بعد أن تعرفنا علي خطوات تطبيق طريقة حجر الوطاء في تقييم الخلايا الفارغة واختبار مثالية الحل أن نجريها علي الحل المبدئي السابق إعداده وفقا لطريقة الركن الشمالي الشرقي والذي يظهر بالجدول رقم (٣/١) علي النحو التالي:

يتضح من الجدول رقم (٣/١) وجود الخلايا الفارغة التالية:

س١ ص١، س١ ص٤، س٢ ص١، س٢ ص٤، س٣ ص١، س٣ ص٤، س٣ ص٢، س٣ ص١.

أي أن هناك ٦ خلايا فارغة. ويعني هذا أن هناك ٦ مسارات مغلقة يمكن تتبعها علي هذا الجدول. ولتقييم الخلايا الفارغة السابقة يتم تحديد المسار المغلق لكل منها مع الأخذ في الاعتبار الملاحظات السابق ذكرها فيما يتعلق بتحديد المسار المغلق. فعلي سبيل المثال يتحدد المسار المغلق للخلية الفارغة س١ ص٢ كما يلي:

$$+ \text{س١ ص٢} - \text{س١ ص٣} + \text{س٢ ص٣} - \text{س٢ ص١} + \text{س٣ ص١} - \text{س٣ ص٢}$$

ويتضح من المسار السابق أنه يترتب علي تخصيص وحدة للخلية الفارغة س١ ص٢ ضرورة تخفيض الكمية المخصصة للخلية س١ ص٢ بمقدار وحدة أيضا وذلك للحفاظ علي توازن الصف واستخدام كل طاقة المصنع س١. الأمر الذي يؤدي إلي ضرورة زيادة الكمية المخصصة للخلية س٢ ص٢ بمقدار وحدة وذلك للحفاظ علي توازن العمود س٢ وضرورة تخفيض الكمية المخصصة للخلية س٢ ص٢ بمقدار وحدة أيضا للحفاظ علي توازن كل من صف س٢ وعمود س١.

هذا ويمكن حساب الأثر علي تكلفة النقل الكلية الناتج عن نقل وحدة واحدة

إلي الخلية الفارغة س١ ص٢ كما يلي:

- يؤدي إضافة وحدة للخلية س١ ص٢ إلي زيادة التكاليف بمقدار ٨ ج.
- يؤدي خصم وحدة من الخلية س١ ص٢ إلي خفض التكاليف بمقدار ٣ ج.
- يؤدي إضافة وحدة للخلية س٢ ص٢ إلي زيادة التكاليف بمقدار ٦ ج.
- يؤدي خصم وحدة من الخلية س٢ ص٢ إلي خفض التكاليف بمقدار ١١ ج.

∴ الأثر النهائي علي تكلفة النقل = ٨ - ٣ + ٦ - ١١ = صفر.



ويعني ذلك أن استخدام الخلية س₁ ص₃ لا يؤدي إلي أي تغيير في التكلفة الكلية للنقل. وفي صياغة أخرى فإن تكلفة الفرصة المضاعة للوحدة نتيجة لعدم استخدام هذه الخلية في الحل المبدئي تساوي صفر.

هذا ويتم تقييم باقي الخلايا الفارغة بالحل المبدئي بنفس الطريقة، ويبين الجدول رقم (١٢/١) التالي ملخصاً لنتائج تقييم هذه الخلايا الفارغة.

جدول رقم (١٢/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل المبدئي

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في التكاليف	تكلفة الفرصة
س ₁ ص ₃	+ س ₁ ص ₃ - س ₁ ص ₂ - س ₂ ص ₃ + س ₂ ص ₂	+ ٨ - ٣ + ٦ - ١١ = صفر	صفر
س ₁ ص _٤	+ س ₁ ص _٤ - س ₁ ص _٣ - س _٢ ص _٤ + س _٢ ص _٣ + س _٣ ص _٤ - س _٣ ص _٣	+ ٢ - ٣ + ٦ - ١١ = ٥ -	٥ +
س _٢ ص _١	+ س _٢ ص _١ - س _٢ ص _٢ - س _٣ ص _١ + س _٣ ص _٢	+ ٧ - ٣ + ٦ - ٥ = ٥ -	√ ٥ +
س _٢ ص _٤	+ س _٢ ص _٤ - س _٢ ص _٣ - س _٣ ص _٤ + س _٣ ص _٣	+ ٦ - ٧ + ١١ - ١٢ = ٢ =	٢ -
س _٣ ص _١	+ س _٣ ص _١ - س _٣ ص _٢ - س _١ ص _٣ + س _١ ص _٢ + س _٢ ص _٣ - س _٢ ص _٢	+ ٦ - ١١ + ٧ - ١٠ + ٤ = ٧ - ٣ +	٤ -
س _٣ ص _٢	+ س _٣ ص _٢ - س _٣ ص _٣ - س _١ ص _٣ + س _١ ص _٢ + س _٢ ص _٣ - س _٢ ص _٢	+ ٦ - ١١ + ٧ - ٤ = ٢ =	٢ -

تصميم الحل الثاني:

يتضح من عمود تكلفة الفرصة بجدول تقييم الخلايا الفارغة بالجدول السابق رقم (١٢/١) وجود خليتين فارغتين لهما تكلفة فرصة مضاعمة موجبة (الخلية س_١ ص_٤، والخلية س_٢ ص_١)، الأمر الذي يعني أن الحل المبدئي وفقاً لطريقة الركن

الشمالي الشرقي والموضح بالجدول رقم (٣/١) ليس حل أمثل ويمكن تحسينه. ولتحسين الحل يتم ترشيح إحدى هاتين الخليتين للدخول في الحل الجديد وفقاً لقاعدة اختيار الخلية صاحبة أكبر تكلفة فرصة مضاعة موجبة. ويتضح من عمود تكلفة الفرصة بالجدول رقم (١٢/١) أن الخليتين السابقتين تتساويان في تكلفة الفرصة المضاعة الموجبة، حيث أن لكل منهما تكلفة فرصة موجبة قدرها ٥ (أي أن كل وحدة يمكن نقلها إلي أيٍّ منهما ستخفض تكاليف النقل الكلية بمقدار ٥ جنيه). ونتيجة لتساوي تكلفة الفرصة المضاعة الموجبة للخليتين س١ ص١، س٢ ص١، يتم المفاضلة بينهما علي أساس اختيار الخلية التي يمكن أن تخصص لها كمية أكبر. ولذلك سيتم ترشيح الخلية س٢ ص١ للدخول بالحل الجديد الذي يتم إعداده بإتباع الخطوات التالية:

أ- تحديد الكمية التي يتم تخصيصها للخلية الفارغة س٢ ص١ التي تم ترشيحها للدخول في الحل الجديد وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لتلك الخلية. ونلاحظ من جدول الحل المبدئي بالجدول رقم (٣/١) أن هذه الكمية في الخلية س١ ص١ أي ٨٠ وحدة.

ب- تحديد أثر النقل إلى الخلية س٢ ص١ على خلايا المسار المغلق لهذه الخلية كما يلي:

$$\text{الخلية س٢ ص١} = \text{صفر} + ٨٠ = ٨٠ \text{ وحدة.}$$

$$\text{الخلية س٢ ص٢} = ٨٠ - ١٥٠ = ٧٠ \text{ وحدة.}$$

$$\text{الخلية س١ ص٢} = ٨٠ + ٢٠ = ١٠٠ \text{ وحدة.}$$

$$\text{الخلية س١ ص١} = ٨٠ - ٨٠ = \text{صفر وحدة.}$$

هذا وتظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير.

ج- إعداد جدول النقل الجديد وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (١٣/١).

جدول رقم (١٣/١)

جدول النقل الثاني

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣	٧	س١
٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	س٣
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	إجمالي الاحتياجات

د- حساب تكاليف النقل في ظل الحل الثاني وذلك كما يلي:

التكلفة	=	تكلفة نقل الوحدة	×	الكمية	الخلية
٣٠٠	=	٣	×	١٠٠	س١ ص٢
٤٠٠	=	٥	×	٨٠	س٢ ص١
٤٢٠	=	٦	×	٧٠	س٢ ص٢
٥٥٠	=	١١	×	٥٠	س٢ ص٣
٩٨٠	=	٧	×	١٤٠	س٣ ص٣
٩٦٠	=	٦	×	١٦٠	س٣ ص٤
٣٦١٠ جنييه.					إجمالي تكلفة النقل

ويلاحظ أن تكاليف النقل في الحل الثاني تقل عن تكاليف النقل في الحل المبدئي بمقدار ٤٠٠ جنييه (٤٠١٠ - ٣٦١٠) وهو حاصل ضرب الكمية التي تم تخصيصها للخلية س٢ ص١ (٨٠ وحدة) في تكلفة الفرصة المضاعة لتلك الخلية (٥ جنييه).

اختبار مثالية الحل الثاني:

بعد الانتهاء من إعداد الحل الثاني يكون السؤال هو هل يحقق هذا الحل أقل تكاليف نقل كلية ممكنة؟، وللإجابة علي هذا السؤال يتم اختبار مثالية هذا الحل بنفس الطريقة التي اتبعناها عند اختبار مثالية الحل المبدئي. ويوضح جدول رقم (١٤/١) نتائج تقييم الخلايا الفارغة بجدول النقل الثاني السابق رقم (١٣/١).

جدول رقم (١٤/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الثاني

تكلفة الفرصة	التغير في التكاليف	المسار المغلق	الخلية الفارغة
٥ -	$5 - 6 + 3 - 7 + 5 =$	$1س 1ص + 1س 2ص - 2س 2ص + 2س 1ص - 1س 2ص$	١ ص ١
صفر	$11 - 6 + 3 - 8 + 0 =$	$1س 1ص + 2س 2ص - 2س 2ص + 3س 2ص - 2س 2ص$	١ ص ٣
$\sqrt{5 +}$	$11 - 6 + 3 - 2 + 5 - 7 + 6 =$	$1س 1ص + 2س 2ص - 2س 2ص + 3س 2ص - 2س 2ص + 4س 3ص - 3س 3ص$	١ ص ٤
٢ -	$-7 + 11 - 12 + 2 = 6$	$2س 2ص + 3س 3ص - 3س 3ص + 4س 3ص - 3س 3ص$	٢ ص ٤
٩ -	$5 - 11 + 7 - 10 + 9 =$	$3س 3ص + 1س 3ص - 2س 2ص + 3س 2ص - 1س 2ص$	٣ ص ١
٢ -	$6 - 11 + 7 - 4 + 2 =$	$3س 3ص + 2س 3ص - 2س 3ص + 2س 2ص - 3س 2ص$	٣ ص ٢

تصميم الحل الثالث:

يتضح من عمود تكلفة الفرصة بجدول تقييم الخلايا الفارغة السابق أن الخلية ١ ص ٤ لها تكلفة فرصة مضاعفة موجبة، وبالتالي يكون الحل الثاني غير أمثل، وتكون الخلية ١ ص ٤ هي الخلية المرشحة للدخول في الحل الجديد. ولتحسين الحل الثاني يتم إعداد حل جديد ثالث باتباع الخطوات التالية:



أ- تحديد الكمية التي سوف نخصصها للخلية س₁ ص₁؛ المرشحة للدخول في الحل الجديد، وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لهذه الخلية. ونلاحظ من جدول الحل الثاني رقم (١٣/١) أن هذه الكمية في الخلية س₂ ص₂ أي ٥٠ وحدة.

ب- تحديد أثر النقل إلى الخلية س₁ ص₁؛ على خلايا المسار المغلق لتلك الخلية كما يلي:

س ₁ ص ₁ ؛	=	صفر	+ ٥٠	=	٥٠	وحدة
س ₁ ص ₂ ؛	=	١٠٠ -	٥٠	=	٥٠	وحدة
س ₂ ص ₂ ؛	=	٧٠ +	٥٠	=	١٢٠	وحدة
س ₂ ص ₃ ؛	=	٥٠ -	٥٠	=	صفر	وحدة
س ₃ ص ₃ ؛	=	١٤٠ +	٥٠	=	١٩٠	وحدة
س ₃ ص ₄ ؛	=	١٦٠ -	٥٠	=	١١٠	وحدة

ونظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير.

ج- إعداد جدول النقل الثالث، وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (١٥/١) التالي:

جدول رقم (١٥/١)

جدول النقل الثالث

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع	
	ص ₁	ص ₂	ص ₃	ص ₄		
١٠٠	٢	٥٠	٨	٣	٧	س ₁
٢٠٠	١٢	١١	١٢٠	٦	٥	س ₂
٣٠٠	٦	١١٠	١٩٠	٧	٤	س ₃
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠		الاحتياجات

د- حساب تكاليف النقل في ظل الحل الثالث وذلك كما يلي:

الخلية	الكمية	تكلفة نقل الوحدة	التكلفة
س ١ ص ٢	٥٠ ×	٣	١٥٠ =
س ١ ص ٤	٥٠ ×	٢	١٠٠ =
س ٢ ص ١	٨٠ ×	٥	٤٠٠ =
س ٢ ص ٢	١٢٠ ×	٦	٧٢٠ =
س ٣ ص ٣	١٩٠ ×	٧	١٣٣٠ =
س ٣ ص ٤	١١٠ ×	٦	٦٦٠ =
إجمالي تكلفة النقل			٣٣٦٠ جنيه.

ويلاحظ أن تكاليف النقل في الحل الثالث تقل عن تكاليف النقل في الحل الثاني بمقدار ٢٥٠ جنيه (٣٣٦٠ - ٣٦١٠) وهو ما يعادل عدد الوحدات المخصصة للخلية س ١ ص ٤؛ ٥٠ وحدة في تكلفة الفرصة لهذه الخلية ٥ جنيه.

اختبار مثالية الحل الثالث:

يتم اختبار مثالية هذا الحل بنفس الطريقة التي اتبعناها عند اختبار مثالية كل من الحل الأول والثاني. ويوضح جدول رقم (١٦/١) نتائج تقييم الخلايا الفارغة بجدول النقل الثالث السابق (١٥ - ١).

جدول رقم (١٦/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الثالث

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في التكاليف	تكلفة الفرصة
س ١ ص ١	+ س ١ ص ١ - س ١ ص ٢ + + س ٢ ص ٢ - س ٢ ص ٤	+ ٧ - ٣ + ٥ - ٥ =	٥ -
س ١ ص ٣	+ س ١ ص ٣ - س ١ ص ٤ + + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ٤	+ ٨ - ٢ + ٧ - ٥ =	٥ -
س ٢ ص ٣	+ س ٢ ص ٣ - س ٢ ص ٤ + + س ١ ص ١ - س ١ ص ٢ + + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ٤	+ ١١ - ٦ + ٣ - ٥ =	٥ -
س ٢ ص ٤	+ س ٢ ص ٤ - س ٢ ص ١ + + س ١ ص ٣ - س ١ ص ٤ +	+ ١٢ - ٢ + ٣ - ٧ =	٧ -
س ٣ ص ١	+ س ٣ ص ١ - س ٣ ص ٢ + + س ١ ص ٣ - س ١ ص ٤ + + س ٢ ص ٢ - س ٢ ص ٤	+ ١٠ - ٦ + ٢ - ٤ =	٤ -
س ٣ ص ٢	+ س ٣ ص ٢ - س ٣ ص ٣ + + س ١ ص ١ - س ١ ص ٢ +	+ ٤ - ٢ + ٦ - ٣ =	٣ -

تصميم الحل الرابع:

يتضح من عمود تكلفة الفرصة بجدول تقييم الخلايا الفارغة السابق رقم (١٦/١) أن الخلية س٣ص٢ لها تكلفة فرصة مضاعفة موجبة، وبالتالي يكون الحل الثالث غير أمثل، وتكون الخلية س٣ص٢ هي الخلية المرشحة للدخول في الحل الجديد. ولتحسين الحل الثالث يتم إعداد حل جديد رابع بإتباع الخطوات التالية:

أ- تحديد الكمية التي يتم تخصيصها للخلية الفارغة س٣ص٢ التي تم ترشيحها للدخول في الحل الجديد وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لتلك الخلية. ونلاحظ من جدول الحل الثالث رقم (١٥/١) أن هذه الكمية في الخلية س١ص٢ أي ٥٠ وحدة.

ب- تحديد أثر النقل إلى الخلية س٣ص٢ على خلايا المسار المغلق لهذه الخلية كما يلي:

$$\begin{aligned} \text{س٣ص٢} &= \text{صفر} + ٥٠ = ٥٠ \text{ وحدة} \\ \text{س٣ص٤} &= ٥٠ - ١١٠ = ٦٠ \text{ وحدة} \\ \text{س١ص٤} &= ٥٠ + ٥٠ = ١٠٠ \text{ وحدة} \\ \text{س٣ص٢} &= ٥٠ - ٥٠ = \text{صفر} \text{ وحدة} \end{aligned}$$

وتظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير.

ج- إعداد جدول النقل الرابع وذلك كما هو موضح بجدول رقم (١٧/١) التالي:

جدول رقم (١٧/١)

جدول النقل الرابع

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١٠٠	٢	٨	٣	٧	س١
٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	س٢
٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	س٣
٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات

د- حساب تكاليف النقل في ظل الحل الرابع وذلك كما يلي:

الخلية	الكمية	تكلفة نقل الوحدة	التكلفة
س١ص٤	١٠٠ ×	٢	٢٠٠ =
س٢ص١	٨٠ ×	٥	٤٠٠ =
س٢ص٢	١٢٠ ×	٦	٧٢٠ =
س٣ص٢	٥٠ ×	٤	٢٠٠ =
س٣ص٣	١٩٠ ×	٧	١٣٣٠ =
س٣ص٤	٦٠ ×	٦	٣٦٠ =
إجمالي تكلفة النقل			٣٢١٠

يلاحظ أن إجمالي تكاليف النقل في الحل الرابع تقل عن تكاليف النقل في الحل الثالث بمقدار ١٥٠ جنيهه (٣٣٦٠ - ٣٢١٠) وهو ما يعادل عدد الوحدات المخصصة للخلية س٣ص٢ (٥٠ وحدة) في تكلفة الفرصة المضاعة لهذه الخلية (٣ جنيهه).

اختبار مثالية الحل الرابع (الأمثل):

حتى يمكن التأكد من أن الحل الرابع هو الحل الأمثل أم لا فلا بد أن نخضعه لعملية اختبار كما فعلنا مع الحل الأول والثاني والثالث. ويوضح جدول رقم (١٨/١) نتائج تقييم الخلايا الفارغة بجدول هذا الحل الرابع.

جدول رقم (١٨/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الرابع

تكلفة الفرصة	التغير في التكاليف	المسار المغلق	الخلية الفارغة
٨ -	$٤ - ٦ + ٥ - ٧ +$ $٨ = ٢ - ٦ +$	$١ص١ - ١ص٢$ $٢ص٢ - ٢ص٣$ $٤ص٣ - ٤ص٤$	١ص١
٣ -	$٢ - ٦ + ٤ - ٣ +$ $٣ =$	$٢ص٣ - ٢ص١$ $٤ص٣ - ٤ص٤$	٢ص١
٥ -	$٢ - ٦ + ٧ - ٨ +$ $٥ =$	$٣ص٣ - ٣ص١$ $٤ص٣ - ٤ص٤$	٣ص١
٢ -	$٧ - ٤ + ٦ - ١١ +$ $٢ =$	$٢ص٢ - ٣ص٢$ $٣ص٣ - ٢ص٣$	٣ص٢
٤ -	$٦ - ٤ + ٦ - ١٢ +$ $٤ =$	$٢ص٢ - ٤ص٢$ $٤ص٣ - ٢ص٣$	٤ص٢
٧ -	$٥ - ٦ + ٤ - ١٠ +$ $٧ =$	$٢ص٣ - ١ص٣$ $١ص٢ - ٢ص٢$	١ص٣

يتضح من عمود تكلفة الفرصة بجدول تقييم الخلايا الفارغة السابق رقم (١٨/١) أن جميع الخلايا الفارغة لها تكلفة فرصة مضاعفة سالبة. وهذا يعني أن استخدام أي خلية من هذه الخلايا في أي حل آخر سوف يترتب عليه زيادة في التكاليف وانه ليس هناك أي فرصة مضاعفة في الحل الرابع الأخير. وباختصار فإن الحل الرابع يعتبر الحل الأمثل الذي يحقق أدنى تكلفة نقل ممكنة.

ثانياً: طريقة التوزيع المعدل:

يتضح مما تقدم أن طريقة حجر الوطاء تعتمد في تقييم الخلايا الفارغة على حساب تكلفة الفرصة المضاعفة لتلك الخلايا وذلك عن طريق تحديد المسار المغلق لكل خلية فارغة وحساب الأثر على التكلفة. ولا شك أن تحديد المسارات المغلقة لكل الخلايا الفارغة يتطلب مجهود في مرحلة تقييم الخلايا الفارغة.

أما طريقة التوزيع المعدل فإنها تنفادي هذه المشكلة وتتيح لنا فرصة إتمام عملية تقييم الخلايا الفارغة ببساطة، حيث تبدأ هذه الطريقة مباشرة بحساب تكاليف الفرصة المضاعة للخلايا الفارغة بالاستعانة ببيانات التكاليف للخلايا المشغولة دون ما حاجة إلى تحديد وتتبع المسارات المغلقة لكل الخلايا الفارغة، ولكن يكفي فقط بعد تحديد الخلية المرشحة للدخول للحل الجديد (وهي الخلية التي لها أكبر تكلفة فرصة مضاعة موجبة) بتحديد المسار المغلق الذي يتضمن هذه الخلية فقط.

وتتلخص طريقة التوزيع المعدل في الخطوات التالية:

م). تحديد مفتاح (قيمة) خاص للصفوف والأعمدة في جدول النقل الذي يتم اختباره ولنفرض أن مفتاح الصفوف هو F_s ، (حيث أن $s = 1, 2, 3, \dots, n$) أما مفتاح الأعمدة فيرمز له بالرمز C_c ، (حيث أن $c = 1, 2, 3, \dots, m$). ومن ثم يتم عمل معادلات بواقع معادلة لكل خلية مشغولة في جدول النقل، وتعد كل معادلة على أساس العلاقة التالية:

$$C_s = F_s + C_c$$

حيث أن:

C_s = تكلفة نقل الوحدة من المصنع s إلي المنطقة البيعية c .

F_s = مفتاح (قيمة) الصف الموجود به الخلية المشغولة.

C_c = مفتاح (قيمة) العمود الموجود به الخلية المشغولة.

ولحساب قيم الصفوف وقيم الأعمدة يتم حل المعادلات الخاصة بالخلايا المشغولة مع البدء بتعيين قيمة صفر لأحد الأعمدة أو الصفوف يتم اختياره عشوائياً، ثم يضاف عمود جديد لجدول النقل توضع به قيم الصفوف، وصف جديد توضع به قيم الأعمدة.

٢- حساب تكلفة الفرصة المضاعة للخلايا الفارغة باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{تكلفة الفرصة للخلايا الفارغة} = F_s + C_c - C_s$$

٣- تقييم الحل وتحديد الخلية الفارغة المرشحة للدخول في الحل الجديد وهي الخلية الفارغة التي لها أكبر تكلفة فرصة مضاعة موجبة.

٤- تحديد المسار المغلق للخلايا الفارغة المرشحة للدخول في الحل.



٥- تصميم جدول النقل الجديد وحساب تكلفة النقل كما هو متبع في طريقة حجر الوطاء.

٦- تكرار الخطوات السابقة حتى يتم التوصل إلي الحل الأمثل.

ولتوضيح كيفية استخدام طريقة التوزيع المعدل سوف نقوم بعمل اختبار المثالية للحل المبدئي الذي توصلنا إليه بطريقة أدنى تكلفة الموضح من قبل بجدول رقم (٤/١) كما يلي:

١- حساب قيم الصفوف والأعمدة:

يتضح من جدول رقم (٤/١) وجود ستة خلايا مشغولة يمكن استخدام تكلفتها في حساب قيم الصفوف وقيم الأعمدة، وهذه الخلايا هي: س١ ص٤، س٢ ص١، س٢ ص٢، س٣ ص٢، س٣ ص٣، س٣ ص٤. لذلك يتم تكوين المعادلات التالية لتلك الخلايا على التوالي:

$$٢ = ١ف + ٤ع$$

$$٥ = ٢ف + ١ع$$

$$١١ = ٢ف + ٣ع$$

$$٤ = ٣ف + ٢ع$$

$$٧ = ٣ف + ٣ع$$

$$٦ = ٣ف + ٤ع$$

ولحل المعادلات السابقة نفترض أن ١ع (قيمة العمود الأول) = صفر، ووفقاً لذلك نجد أن:

$$\begin{array}{l} ٥ = ٢ف + صفر \\ ١١ = ٢ف + ٥ \\ ٧ = ٢ف + ٦ \\ ٤ = ٢ف + ١ \\ ٦ = ٢ف + ٣ \\ ٢ = ٢ف + ٤ \end{array} \quad \therefore \begin{array}{l} ٥ = ٢ف \\ ٦ = ٣ع \\ ١ = ٣ف \\ ٣ = ٢ع \\ ٥ = ٤ع \\ ٣ = ١ف \end{array}$$

وبعد ذلك نضع قيم (ف) في العمود الجديد المخصص لقيم الصفوف، وتوضع قيم (ع) في الصف الجديد المخصص لقيم الأعمدة، وبالتالي يكون شكل جدول النقل كما هو مبين في جدول رقم (١٩/١)

جدول رقم (١٩/١)

جدول الحل المبدئي (وفقاً لطريقة أدنى تكلفة) بعد إضافة قيم الصفوف والأعمدة

قيم الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
		ص١	ص٢	ص٣	ص٤	
٣ -	١٠٠	٢	٨	٣	٧	١س
٥	٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	٢س
١	٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	٣س
	٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات
		٥	٦	٣	صفر	قيم الأعمدة

٢- حساب تكلفة الفرصة المضاعة للخلايا الفارغة:

تحسب تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية من الخلايا الفارغة الموجودة بجدول رقم (١٩/١) السابق وفقاً للمعادلة التالية:

تكلفة الفرصة المضاعة للخلية الفارغة = قيمة الصف الذي توجد به الخلية الفارغة + قيمة العمود الذي توجد به الخلية الفارغة - تكلفة نقل الوحدة لهذه الخلية.

وفي ضوء المعادلة السابقة فإن:

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص١} = ٣ - ٧ + \text{صفر} = ١٠ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص٢} = ٣ - ٣ + ٣ - = ٣ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص٣} = ٣ - ٦ + ٨ - = ٥ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س٢ ص٢} = ٥ - ٣ + ٦ - = ٢ +$$



$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س} ٢ \text{ ص} ٢ = ١٢ - ٥ + ٥ = ٢ - =$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س} ٣ \text{ ص} ١ = ١ + \text{صفر} - ١٠ = ٩ - =$$

٣- تقييم الحل واقتراح التعديلات اللازمة

يتضح من الخطوة السابقة أن الخلية س_٢ ص_٢ لها تكلفة فرصة مضاعة موجبة، الأمر الذي يعني أن الحل المبدئي الذي تم التوصل إليه وفقاً لطريقة أدنى تكلفة حل غير أمثل، لذلك يقترح تعديل هذا الحل بإدخال الخلية س_٢ ص_٢ في الحل الجديد لأنها الخلية الوحيدة التي لها تكلفة فرصة مضاعة موجبة. وإدخال هذه الخلية في الحل الجديد يستلزم تحديد مسارها المغلق. ويتم تحديد هذا المسار بنفس الطريقة المتبعة في طريقة حجر الوطاء السابقة. وعلى ضوء بيانات الجدول السابق رقم (١٩/١) يكون المسار المغلق لتلك الخلية كما يلي:

$$+ \text{س} ٢ \text{ ص} ٢ - \text{س} ٢ \text{ ص} ٢ + \text{س} ٣ \text{ ص} ٣ - \text{س} ٣ \text{ ص} ٢$$

وتتحدد الكمية التي سوف نخصصها للخلية س_٢ ص_٢ بأقل كمية في الخلايا ذات الإشارات السالبة في المسار المغلق لهذه الخلية. ونلاحظ من جدول رقم (١٩/١) أن هذه الكمية في الخلية س_٢ ص_٢ أي ١٢٠ وحدة.

وبذلك تعدل الكميات المخصصة بالخلايا التي تأثرت بهذا التغيير لتصبح على

النحو التالي:

$$\text{س} ٢ \text{ ص} ٢ = \text{صفر} + ١٢٠ = ١٢٠ \text{ وحدة}$$

$$\text{س} ٢ \text{ ص} ٣ = ١٢٠ - ١٢٠ = \text{صفر} \text{ وحدة}$$

$$\text{س} ٣ \text{ ص} ٣ = ١٢٠ + ٧٠ = ١٩٠ \text{ وحدة}$$

$$\text{س} ٣ \text{ ص} ٢ = ١٢٠ - ١٧٠ = ٥٠ \text{ وحدة}$$

وتظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير.

وفي ضوء التعديلات السابقة يتم إعداد جدول النقل الثاني، وذلك كما هو مبين

بجدول رقم (٢٠/١) وذلك بعد إعادة حساب فروق الصفوف والأعمدة لهذا الجدول.

جدول رقم (٢٠/١)
جدول النقل الثاني

قيم الصفوف	إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
		ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
١ -	١٠٠	٢	٨	٣	٧	١س
٥	٢٠٠	١٢	١١	٦	٥	٢س
٣	٣٠٠	٦	٧	٤	١٠	٣س
	٦٠٠	١٦٠	١٩٠	١٧٠	٨٠	الاحتياجات
		٣	٤	١	صفر	قيم الأعمدة

ويتم حساب تكاليف النقل في ظل الحل الثاني وذلك كما يلي:

الكمية	تكاليف نقل الوحدة	التكلفة	الخلية
١٠٠	٢	٢٠٠	١س ص٤
٨٠	٥	٤٠٠	١س ص٢
١٢٠	٦	٧٢٠	٢س ص٢
٥٠	٤	٢٠٠	٢س ص٣
١٩٠	٧	١٣٣٠	٣س ص٣
٦٠	٦	٣٦٠	٣س ص٤

٣٢١٠ جنيه.

إجمالي تكلفة النقل

اختبار مثالية الحل الثاني :

يتم اختبار مثالية الحل الثاني بتكرار نفس الخطوات السابقة إتباعها في اختبار

مثالية الحل المبدئي:

١- حساب قيم الصفوف والأعمدة:

حيث يتم تكوين المعادلات التالية للخلايا المشغولة بجدول الحل الثاني كما

يلي:

$$٢ = ١ف + ع؛$$

$$٥ = ٢ف + ١ع$$

$$٦ = ٢ف + ٢ع$$

$$٤ = ٣ف + ٢ع$$

$$٧ = ٣ف + ٣ع$$

$$٦ = ٣ف + ٤ع؛$$

وبفرض تعيين قيمة صفر للعمود الأول ع١، نجد أن:

$$٥ = ٢ف + صفر \quad \therefore ٥ = ٢ف$$

$$١ = ٢ع \quad \therefore ١ = ٢ع$$

$$٣ = ٣ف \quad \therefore ٣ = ٣ف$$

$$٤ = ٣ع \quad \therefore ٤ = ٣ع$$

$$٣ = ٤ع \quad \therefore ٣ = ٤ع$$

$$١ = ١ف \quad \therefore ١ = ١ف$$

وتظهر قيم الصفوف (ف) وقيم الأعمدة (ع) في العمود والصف المخصصان

لذلك كما هو موضح بالجدول السابق رقم (٢٠/١)

٢- حساب تكلفة الفرصة المضاعة للخلايا الفارغة:

وتحسب تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية فارغة وفقاً للمعادلات التالية:

$$٨ - = ٧ - + ١ - = ١ص$$

$$٣ - = ٣ - ١ + ١ - = ٢ص$$

$$٥ - = ٨ - ٤ + ١ - = ٣ص$$

$$٢ - = ١١ - ٤ + ٥ = ٣ص$$

$$٤ - = ١٢ - ٣ + ٥ = ٢ص$$

$$٧ - = ١٠ - + ٣ = ١ص$$

٣- تقييم الحل:

يتضح من الخطوة السابقة أن تكلفة الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة

سالبة. الأمر الذي يعني أن الحل الثاني السابق بجدول رقم (٢٠/١) هو الحل

الأمثل. ويلاحظ أنه نفس الحل الذي توصلنا إليه بطريقة الركن الشمالي الشرقي في

تصميم الحل المبدئي وطريقة حجر الوطاء وله أيضاً نفس رقم التكاليف الكلية للنقل.



مشاكل خاصة بنموذج النقل:

والآن نناقش كيفية التعامل مع بعض الحالات الخاصة في مشكلة النقل ومنها:

١- مشكلة عدم التوازن، أي عدم تساوي الطلب الكلي مع العرض الكلي.

٢- مشكلة الحل المنتكس Degeneracy.

أولاً: مشكلة عدم التوازن:

تحدث هذه المشكلة عندما يكون إجمالي احتياجات المناطق البيعية أو المخازن أكبر من إجمالي طاقة المصانع. ونستطيع معالجة هذه المشكلة من خلال إضافة مصنع وهمي ويخصص له مقدار الزيادة في الطلب، وتكون تكلفة النقل من هذا المصنع الوهمي إلى المناطق البيعية أو المخازن المختلفة (صفر) إذ أنها لا تنطوي علي عملية نقل حقيقية، حيث أنه مصنعا وهمياً لا وجود له في الواقع. فإذا افترضنا للإيضاح أن إجمالي طاقة المصانع ٨٠٠٠ وحدة وإجمالي حاجة المناطق البيعية ٩٠٠٠ وحدة في هذه الحالة اختلاق مصنع وهمي طاقته ١٠٠٠ وحدة، وتكون تكلفة نقل الوحدة في خلايا ذلك المصنع صفر. أما في حالة كون إجمالي طاقة المصانع أكبر من إجمالي احتياجات المناطق البيعية أو المخازن فحينئذ يجب اختلاق مخزن وهمي وبطاقة استيعابية تعادل مقدار الزيادة في طاقة المصانع فإذا افترضنا أن إجمالي طاقة المصانع ٧٠٠٠ وحدة وإن احتياجات المناطق البيعية أو المخازن ٦٥٠٠ وحدة عندئذ يجب عمل منطقة أو مخزن وهمي بطاقة ٥٠٠ وحدة، وتكون تكلفة النقل في خلايا تلك المنطقة أو المخزن الوهمي صفر ويتم بعد ذلك عمل جداول النقل وحلها بنفس الطريقة التي اعتمدت في حل المثال السابق.

ونود الإشارة إلي ضرورة إهمال الصف أو العمود الوهمي عند اتباع طريقة أدنى تكلفة في تصميم الحل المبدئي، إذ أننا نبحث عن أقل تكلفة في الجدول دون النظر إلي الأصفار الموجودة في هذا الصف أو العمود الوهمي، علي أن يتم ملء خلايا هذا الصف أو العمود الوهمي بعد ملء خلايا الجدول الفعلية وذلك طالما أن تكلفة النقل إليه صفر دائماً. كذلك يفضل عند استخدام طريقة فوجل التقريبية أن نحدد الفروق لكل صف وكل عمود بغض النظر عن تكلفة الصف أو العمود الوهمي.

ثانياً: مشكلة الحل المنتكس:

تنشأ هذه المشكلة عندما يحدث خروج عن القاعدة التي تنص على أن عدد الخلايا المشغولة في جدول النقل يجب أن يكون مساوياً عدد الأعمدة + عدد الصفوف - ١، فإذا كان عدد الأعمدة أربعة وعدد الصفوف ثلاثة فإن عدد الخلايا المشغولة يجب أن يساوي ستة خلايا، وإلا فإننا سنواجه مشكلة تتعلق بتحديد المسارات المغلقة للخلايا الفارغة من أجل اختبار مثالية الحل. وتعالج هذه المشكلة من خلال اختلاق خلية مشغولة (مليئة) بصفر وتعامل تلك الخلية وكأنها خلية عادية مملوءة، إن اختيار الخلية التي تملأ بالصفر يجب أن يسهل مهمة تحديد المسار المغلقة والتي تسهل بدورها عملية اختبار مثالية الخلايا الفارغة فيما بعد.

نموذج النقل وتعظيم الأرباح

أوضحنا فيما سبق كيفية استخدام نموذج النقل من أجل التوصل إلي أدنى مستوى ممكن لتكاليف النقل الكلية، لكن يلاحظ أحيانا أنه لا يكون الاختلاف في تكلفة نقل الوحدة من المنتج هي المبرر الوحيد للبحث عن طريقة مثلي لتحديد الكميات النموذجية التي يجب نقلها من مراكز الإنتاج إلي المناطق البيعية. فقد تقيم بعض المنشآت مصانعها في مناطق متفرقة لإنتاج منتجات متماثلة ولكن بتكاليف إنتاج متفاوتة نتيجة الاختلاف في تكاليف اقتناء المواد الخام، والاختلاف في الكفاءة الإنتاجية للعمال وعوامل أخرى عديدة. علاوة علي ذلك فإن بعض المنشآت قد لا تتبع منتجاتها بأسعار موحدة في جميع الأسواق بسبب الاختلاف بين المناطق البيعية في ظروف المنافسة والطلب وتكاليف النقل. وفي ضوء ذلك لا تكون تكاليف النقل هي العامل الوحيد المؤثر علي الأرباح ولكن تتأثر الأرباح بتكاليف الإنتاج وأسعار البيع وتكاليف النقل، وهنا يكون الهدف المناسب للمنشأة هو تعظيم الأرباح وليس تخفيض تكلفة النقل فقط.

نستطيع القول بأن نموذج النقل يمكن استخدامه سواء كانت المشكلة المراد حلها تهدف إلي تخفيض التكاليف أو تعظيم الأرباح طالما توافرت في المشكلة خصائص مشكلة النقل والتي تتمثل في وجود طاقات محدودة للمصادر (المصانع) واحتياجات محددة للنهائيات (مخازن أو مناطق بيعية) وهدف محدد نسعى إلي تحقيقه.

ونود الإشارة إلي أن تطبيق نموذج النقل علي مشاكل تعظيم الأرباح يتم بنفس الأسلوب والخطوات السابق مناقشتها عند استخدامه في تخفيض تكاليف النقل الكلية، ولكن مع مراعاة الاختلافات والفروق التالية:

١- حيث أن الهدف تعظيم الأرباح، لذلك فإن المربعات الصغيرة التي تظهر في أعلى يسار كل خلية بجدول النقل سوف تحتوى علي ربح الوحدة المنقولة من مصنع معين إلي منطقة بيعية معينة، وذلك بدلاً من تكلفة نقل الوحدة. هذا وبحسب ربح الوحدة المنقولة بالفرق بين سعر بيع الوحدة والتكلفة الكلية للوحدة متضمنة تكلفة نقل تلك الوحدة.

٢- عند تصميم الحل المبدئي في مشاكل تعظيم الأرباح تطبق نفس الطرق السابق تناولها في مشاكل تخفيض التكاليف وذلك علي النحو التالي:

- تطبيق طريقة الركن الشمالي الشرقي بنفس الأسلوب والخطوات السابق توضيحها في مشاكل تخفيض التكاليف دون أية اختلافات.
- طريقة أدني تكلفة تصبح طريقة أقصى ربح، حيث يتم البدء بشغل الخلية صاحبة أكبر ربح للوحدة أولاً ثم الخلية التي تقل عنها مباشرة في الربح وهكذا.
- تطبيق طريقة فوجل التقريبية بنفس الأسلوب والخطوات السابق توضيحها في مشاكل تخفيض التكاليف فيما عدا أنه يتم حساب الفرق بين أكبر ربح للوحدة والربح الذي يقل عنه مباشرة وذلك عند حساب فروق الصفوف والأعمدة، وعند التخصيص يتم التخصيص للخلية صاحبة أكبر ربح بالصف أو العمود صاحب أكبر فرق ربح.

٣- يتم اختبار مثالية الحل في مشاكل تعظيم الأرباح بنفس الأسلوب وب نفس الطرق السابق توضيحها (حجر الوطاء والتوزيع المعدل)، ولكن مع اختلاف أنه يتم تقييم كل خلية فارغة علي أساس النتائج المترتبة من شغل هذه الخلية بوحدة من المنتج. وتتلخص هذه النتائج في التغير في الأرباح في دالة الهدف. حيث تعطي الأولوية للخلية صاحبة أكبر رقم تغير موجب في الأرباح، الأمر الذي يعني أن النقل لتلك الخلية سيساهم في زيادة رقم الربح، وبالطبع فإن الخلايا ذات الرقم السالب لا يتم شغلها لأن النقل إليها سيؤدي إلي تخفيض الأرباح.

٤- يتحقق الحل الأمثل في مشاكل التعظيم إذا كانت تكلفة الفرصة المضاعفة لجميع الخلايا الفارغة موجبة أو صفر (عكس مشاكل التخفيض)، أما إذا وجدت تكلفة فرصة سالبة لخلية فارغة أو أكثر فهذا يعني أن الحل الذي يتم اختياره ليس هو الحل الأمثل. ومن أجل إيضاح كيفية استخدام نموذج النقل في تعظيم الأرباح نتناول المثال الآتي:

مثال (٢):

تنتج إحدى المنشآت الصناعية منتج واحد في ثلاثة مصانع (س١، س٢، س٣) تقع في مناطق مختلفة. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج على ثلاثة مناطق بيعية مختلفة (ص١، ص٢، ص٣). وفيما يلي البيانات الخاصة بالطاقة الإنتاجية المتوقعة للمصانع الثلاثة، وكذلك الاحتياجات المتوقعة للمناطق البيعية من هذا المنتج خلال الفترة المالية القادمة:

الاحتياجات المناطق البيعية		الطاقات الإنتاجية المتوقعة	
الاحتياجات	المنطقة البيعية	الطاقة الإنتاجية	المصنع
١٥٠٠ وحدة	ص١	٥٠٠ وحدة	س١
٢٠٠٠ وحدة	ص٢	٣٠٠٠ وحدة	س٢
٢٥٠٠ وحدة	ص٣	٣٥٠٠ وحدة	س٣
٦٠٠٠ وحدة	إجمالي الاحتياجات	٧٠٠٠ وحدة	إجمالي الطاقات

وتقدر تكلفة نقل الوحدة من المنتج من المصانع إلى المناطق البيعية المختلفة (بالجنيهات) كما يلي:

من	إلى	ص١	ص٢	ص٣
س١		٤	٦	٥
س٢		٣	٦	٤
س٣		٢	٨	٥

وتبلغ تكلفة إنتاج الوحدة من المنتج في المصانع الثلاثة بالترتيب ١٧، ١٦، ١٨ جنيه. كما تبلغ أسعار بيع الوحدة من المنتج في المناطق البيعية الثلاثة بالترتيب ٢٥، ٣٠، ٢٧ جنيه.

والمطلوب: تحديد خطة النقل المثلى التي يترتب عليها تحقيق أقصى ربح ممكن للمنشأة.

حساب ربح الوحدة :

نظراً لأن الهدف المنشود يتمثل في تعظيم الأرباح فإننا نحتاج إلى بيانات خاصة بربح كل وحدة تنتقل من المصانع إلى المناطق البيعية وسنرمز لربح الوحدة

بالرمز ر. ويحسب ربح الوحدة بالفرق بين سعر بيع الوحدة والتكلفة الكلية للوحدة متضمنة تكلفة نقل تلك الوحدة. ويمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة التالية:

$$R = \text{سعر البيع} - (\text{تكلفة الإنتاج للوحدة} + \text{تكلفة النقل}).$$

وفي ضوء المعادلة السابقة يحسب ربح الوحدة بالنسبة للمصانع المختلفة إلى

المناطق البيعية كما يلي :

المصنع س ١ :

$$11R = 25 - (4 + 17) = 4 \text{ جنيه}$$

$$21R = 30 - (6 + 17) = 7 \text{ جنيه}$$

$$31R = 27 - (5 + 17) = 5 \text{ جنيه}$$

المصنع س ٢ :

$$12R = 25 - (3 + 16) = 6 \text{ جنيه}$$

$$22R = 30 - (6 + 16) = 8 \text{ جنيه}$$

$$32R = 27 - (4 + 16) = 7 \text{ جنيه}$$

المصنع س ٣ :

$$13R = 25 - (2 + 18) = 5 \text{ جنيه}$$

$$23R = 30 - (8 + 18) = 4 \text{ جنيه}$$

$$33R = 27 - (5 + 18) = 4 \text{ جنيه}$$

يلاحظ من بيانات المنشأة في المثال أن مجموع الكميات المنتجة ٧٠٠٠

وحدة أكبر من مجموع الكميات المطلوبة للمناطق البيعية ٦٠٠٠ وحدة، أي أننا أمام

مشكلة نقل غير متوازنة مما يتطلب إضافة مخزن وهمي (صوري) يمثل المخزن الذي

يتلقى الفائض من الإنتاج لدى المصانع. وسنرمز إلى هذا المخزن الوهمي بالرمز

ص. وأي كمية تحفظ في هذا المخزن سيكون لها ربح صفر. وبناء على ذلك فإن:

$$R_{11}, R_{21}, R_{31}, R_{12}, R_{22}, R_{32}, R_{13}, R_{23}, R_{33} = \text{صفر}$$

تصميم الحل المبدئي :

سوف نقوم بعمل جدول الحل المبدئي باستخدام طريقة أقصى ربح . ووفقا لهذه

الطريقة يتم البدء بشغل الخلية صاحبة أكبر ربح للوحدة أولاً ثم الخلية التي نقل عنها

مباشرة في الربح وهكذا حتى ننتهي من تلبية احتياجات كل المناطق البيعية واستنفاد

كل طاقات المصانع . وبناء عليه يظهر الحل المبدئي وفقا لهذه الطريقة كما هو مبين بالجدول رقم (٢١/١) التالي:

جدول رقم (٢١/١)

جدول الحل المبدئي

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
٥٠٠	صفر	٥	٧	٤	١س
٣٠٠٠	صفر	٧	٨	٦	٢س
٣٥٠٠	صفر	٤	٤	٥	٣س
٧٠٠٠	١٠٠٠	٢٥٠٠	٢٠٠٠	١٥٠٠	الاحتياجات

يتم حساب إجمالي الأرباح المترتبة علي هذا الحل المبدئي كما يلي :

الخلية	الكمية	ربح الوحدة	الربح
١س ٣ص	٥٠٠	٥	٢٥٠٠ =
٢س ٢ص	٢٠٠٠	٨	١٦٠٠٠ =
٣س ٢ص	١٠٠٠	٧	٧٠٠٠ =
١س ٣ص	١٥٠٠	٥	٧٥٠٠ =
٣س ٣ص	١٠٠٠	٤	٤٠٠٠ =
٣س ٤ص	١٠٠٠	صفر	صفر =

٣٧٠٠٠ جنييه.

اختبار مثالية الحل المبدئي :

يتم اختبار مثالية الحل في مشاكل تعظيم الأرباح بإتباع خطوات مماثلة لتلك التي اتبعت في مشاكل تخفيض التكاليف. وسوف نقوم في الجزء الباقي من هذا الفصل بتطبيق طريقة حجر الوطاء لاختبار مثالية الحل المبدئي الذي تم التوصل إليه بجدول رقم (٢١/١).

يتضح من الجدول السابق وجود الخلايا الفارغة التالية :

س ١ ص ١ ، س ٢ ص ١ ، س ١ ص ٤ ، س ٢ ص ٤ ، س ٣ ص ٤ ، س ٣ ص ٢ .

للتأكد من مثالية الحل الثاني فإننا نقوم بتقييم الخلايا الفارغة السابقة ويحتوى جدول رقم (٢٢/١) علي نتائج تقييم هذه الخلايا. ونلاحظ في العمود الثالث من هذا الجدول كيفية حساب صافي التغير في الأرباح نتيجة استخدام كل خلية فارغة. كما يتضح من هذا العمود أن جميع الخلايا الفارغة تعطي قيمة سالبة فيما عدا الخلية س ١ ص ٢ فتعطي قيمة موجبة قدرها ١ جنيه. وهذا يعني أن استخدام هذه الخلية في الحل الجديد سوف يضيف إلي الأرباح مبلغ ١ جنيه عن كل وحدة تخصص إلي هذه الخلية، أما استخدام باقي الخلايا فإن من شأنه تخفيض الأرباح. ويلاحظ أيضا في جدول رقم (٢٢/١) أن العمود الأخير لتكلفة الفرصة المضاعة يحتوى علي قيمة سالبة واحدة أمام الخلية س ١ ص ٢، وهذا معناه أن الحل المبدئي في جدول رقم (٢١/١) ليس حلاً مثالياً وأنه يمكن الوصول إلي حل أفضل لو أننا استخدمنا الخلية س ١ ص ٢.

جدول رقم (٢٢/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل المبدئي

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في الأرباح	تكلفة الفرصة
س ١ ص ١	+ س ١ ص ١ - س ١ ص ٣ + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ١	+ ٥ - ٤ + ٥ - ٤ - ٢ =	٢ +
س ١ ص ٢	+ س ١ ص ٢ - س ١ ص ٣ + س ٢ ص ٢ - س ٢ ص ٣	+ ٨ - ٧ + ٥ - ٧ ١ =	$\sqrt{1-}$
س ١ ص ٤	+ س ١ ص ٤ - س ١ ص ٣ + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ٤	+ صفر - ٥ + ٤ - صفر = - ١	١ +
س ٢ ص ١	+ س ٢ ص ١ - س ٢ ص ٢ + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ١	+ ٥ - ٤ + ٧ - ٦ - ٢ =	٢ +
س ٢ ص ٤	+ س ٢ ص ٤ - س ٢ ص ٣ + س ٣ ص ٣ - س ٣ ص ٤	+ صفر - ٧ + ٤ - صفر = - ٣	٣ +
س ٣ ص ٢	+ س ٣ ص ٢ - س ٣ ص ٣ + س ٢ ص ٢ - س ٢ ص ٤	+ ٨ - ٧ + ٤ - ٤ ١ =	١ ≠

تصميم الحل الثاني (الأمثل) :

بعد التأكد من أن الحل المبدئي ليس حلاً مثالياً، فإن الخطوة التالية هي تحديد التغيرات المطلوب إدخالها للوصول إلى حل أفضل. بناء على نتائج اختبار المثالية فإن الحل الثاني يجب أن يستخدم الخلية س₁ ص₂ لأنها الخلية الوحيدة التي لها قيمة سالبة في عمود تكلفة الفرصة المضاعة. وحيث أننا نرغب في تعظيم الأرباح فإنه لا بد أن نخصص لتلك الخلية أكبر كمية ممكنة.

ولتحسين الحل المبدئي يتم إعداد حل ثاني جديد بإتباع الخطوات التالية :

أ- تحديد الكمية التي يتم تخصيصها للخلية الفارغة التي يتم ترشيحها للدخول في الحل الجديد وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق للخلية التي تم اختيارها. ونلاحظ من جدول الحل المبدئي رقم (٢٢/١) أن هذه الكمية في الخلية س₁ ص₃ أي ٥٠٠ وحدة .

ب- تحديد أثر النقل إلى الخلية س₁ ص₂ على خلايا المسار المغلق لهذه الخلية كما يلي:

$$\text{الخلية س}_1\text{ ص}_2 = \text{صفر} + ٥٠٠ = ٥٠٠ \text{ وحدة}$$

$$\text{الخلية س}_1\text{ ص}_3 = ٥٠٠ - ٥٠٠ = \text{صفر وحدة}$$

$$\text{الخلية س}_2\text{ ص}_2 = ١٠٠٠ + ٥٠٠ = ١٥٠٠ \text{ وحدة}$$

$$\text{الخلية س}_2\text{ ص}_3 = ٢٠٠٠ - ٥٠٠ = ١٥٠٠ \text{ وحدة}$$

هذا وتظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير .

ج- إعداد جدول النقل الثاني وذلك كما هو موضح بجدول رقم (٢٣/١) التالي:

جدول رقم (٢٣/١)

جدول النقل الثاني

إجمالي الطاقات	المناطق البيعية				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
٥٠٠	صفر	٥	٧	٤	١س
			٥٠٠		
٣٠٠٠	صفر	٧	٨	٦	٢س
		١٥٠٠	١٥٠٠		
٣٥٠٠	صفر	٤	٤	٥	٣س
	١٠٠٠	١٠٠٠		١٥٠٠	
٧٠٠٠	١٠٠٠	٢٥٠٠	٢٠٠٠	١٥٠٠	الاحتياجات

د- حساب إجمالي الأرباح في ظل الحل الثاني وذلك كما يلي:

الرياح	ربح الوحدة	الكمية	الخلية
٣٥٠٠	=	٧ × ٥٠٠	١س ٢
١٢٠٠٠	=	٨ × ١٥٠٠	٢س ٢
١٠٥٠٠	=	٧ × ١٥٠٠	٢س ٣
٧٥٠٠	=	٥ × ١٥٠٠	٣س ١
٤٠٠٠	=	٤ × ١٠٠٠	٣س ٣
صفر	=	صفر × ١٠٠٠	٣س ٤
<u>٣٧٥٠٠</u>			إجمالي الأرباح

ويلاحظ أن الأرباح في الحل الثاني تزيد عن الأرباح في الحل المبدئي بمقدار ٥٠٠ جنيه (٣٧٥٠٠ - ٣٧٠٠٠) وهو ما يعادل عدد الوحدات المخصصة للخلية ١س ٢ ٥٠٠ وحدة في تكلفة الفرصة لهذه الخلية ١ جنيه.

اختبار مثالية الحل الثاني :

للتأكد من مثالية الحل الثاني فإننا نقوم بتقييم الخلايا الفارغة في جدول الحل الثاني رقم (٢٣/١). يحتوى جدول رقم (٢٤/١) علي نتائج تقييم هذه الخلايا، وكما

يتضح من بيانات عمود الفرصة المضاعفة فإن جميع القيم موجبة وبالتالي نكون وصلنا إلي الحل الأمثل. أي أن الحل الثاني يعتبر هو الحل الأمثل الذي يحقق أقصى أرباح للشركة.

جدول رقم (٢٤/١)

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الثاني

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في الأرباح	تكلفة الفرصة
١ ص ١	$+ ١ ص ١ - ١ ص ١$ $+ ٢ ص ٢ - ٢ ص ٢$ $+ ٣ ص ٣ - ٣ ص ٣$	$+ ٧ - ٤ - ٨$ $+ ٧ - ٤ = ٥ - ٣$	$٣ +$
٣ ص ١	$+ ١ ص ٣ - ٣ ص ١$ $+ ٢ ص ٢ - ٢ ص ٢$ $+ ٣ ص ٣ - ٣ ص ٣$	$+ ٧ - ٥ - ٨$ $+ ٧ - ٥ = ٢ - ١$	$١ +$
٤ ص ١	$+ ١ ص ٤ - ٤ ص ١$ $+ ٢ ص ٢ - ٢ ص ٢$ $+ ٣ ص ٣ - ٣ ص ٣$	$+ ٧ - ٤ - ٨$ $+ ٧ - ٤ = ٢ - ٢$	$٢ +$
١ ص ٢	$+ ٢ ص ١ - ١ ص ٢$ $+ ٣ ص ٣ - ٣ ص ٣$ $+ ٤ ص ٤ - ٤ ص ٤$	$+ ٧ - ٦ - ٤$ $+ ٧ - ٦ = ٥ - ٢$	$٢ +$
٤ ص ٢	$+ ٢ ص ٤ - ٤ ص ٢$ $+ ٣ ص ٣ - ٣ ص ٣$ $+ ٤ ص ٤ - ٤ ص ٤$	$+ ٧ - ٤ - ٤$ $+ ٧ - ٤ = ٣ - ٣$	$٣ +$
٢ ص ٣	$+ ٣ ص ٢ - ٢ ص ٣$ $+ ٤ ص ٤ - ٤ ص ٤$ $+ ٥ ص ٥ - ٥ ص ٥$	$+ ٤ - ٧ - ٨$ $+ ٤ - ٧ = ١ - ١$	$١ +$

تمارين علي الفصل الأول

تمرين رقم (١)

تنتج إحدى المنشآت الصناعية منتج واحد في ثلاثة مصانع (س١، س٢، س٣) تقع في مناطق مختلفة، وتبلغ الطاقة الإنتاجية المتوقعة لهذه المصانع خلال الفترة المالية القادمة كانت ٨٠٠، ٦٠٠، ١٠٠٠ طن علي التوالي. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من المنتج علي ثلاث مناطق بيعية مختلفة (ص١، ص٢، ص٣). تبلغ احتياجاتها المتوقعة خلال الفترة ١٢٠٠، ٥٠٠، ٧٠٠ طن علي التوالي. وتقدر تكلفة نقل الطن من المنتج من المصانع إلي المناطق البيعية المختلفة (بالجنيهات) كما يلي:

من	إلي	ص١	ص٢	ص٣
س١		٨	٦	٩
س٢		١٠	١٢	٧
س٣		٤	٥	٣

المطلوب:

١. إيجاد الحل المبدئي لمشكلة النقل باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي.
٢. اختبار المثالية وإيجاد الحل الأمثل وذلك باستخدام طريقة حجر الوطاء.

الحل

أولا : إيجاد الحل المبدئي

يوضح الجدول التالي الحل المبدئي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي:



الحل المبدئي (الركن الشمالي الشرقي)

الطاقات	المناطق البيعية			المصانع
	ص ٣	ص ٢	ص ١	
٨٠٠	٩	٦	٨	١س ٨٠٠
٦٠٠	٧	١٢	١٠	٢س ٤٠٠
١٠٠٠	٣	٥	٤	٣س ٣٠٠
٢٤٠٠	٧٠٠	٥٠٠	١٢٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل لهذا الحل كما يلي :

$$\text{تكاليف النقل} = ٨ \times ٨٠٠ + ١٠ \times ٤٠٠ + ١٢ \times ٢٠٠ + ٥ \times ٣٠٠ + ٣ \times ٧٠٠ = ١٦٤٠٠ \text{ ج.}$$

ثانيا : اختبار مثالية الحل المبدئي

يتم اختبار مثالية الحل المبدئي السابق باستخدام طريقة حجر الوطاء كما يلي:

جدول تقييم الخلايا الفارغة بالحل المبدئي

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في التكاليف	تكلفة الفرصة
١ص ٢س	+ ١ص ٢س - ٢ص ١س + + ٢ص ٢س - ١ص ٢س +	+ ٨ - ٦ + ١٢ - = ٤	٤ #
١ص ٣س	+ ١ص ٣س - ٣ص ١س + + ٢ص ٢س - ١ص ٢س + + ٣ص ٣س - ٢ص ٣س +	+ ٨ - ٩ + ١٢ + ٣ - ٥ = ١	١ -
٢ص ٣س	+ ٢ص ٣س - ٣ص ٢س + + ٣ص ٣س - ٢ص ٣س +	+ ١٢ - ٧ + ٣ - = ٣	٣ +
١ص ٣س	+ ١ص ٣س - ٢ص ٢س + + ٢ص ٣س - ١ص ٢س +	+ ٥ - ٤ + ١٠ = ١	١ -

يتضح من عمود تكلفة الفرصة بالجدول السابق وجود خليتين فارغتين لهما تكلفة فرصة موجبة، إذًا الحل ليس حل أمثل ويمكن تحسينه. ولتحسين الحل نستخدم

الخلية س₁ ص₂ لأن لها أكبر تكلفة فرصة موجبة، ونخصص لها ٢٠٠ طن وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لتلك الخلية. ويظهر جدول الحل الثاني كما يلي :

جدول النقل الثاني

الطاقات	المناطق البيعية			المصانع
	ص ₃	ص ₂	ص ₁	
٨٠٠	٩	٦	٨	س ₁
		٢٠٠	٦٠٠	
٦٠٠	٧	١٢	١٠	س ₂
			٦٠٠	
١٠٠٠	٣	٥	٤	س ₃
	٧٠٠	٣٠٠		
٢٤٠٠	٧٠٠	٥٠٠	١٢٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل للحل الثاني كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = ٣ \times ٧٠٠ + ٥ \times ٣٠٠ + ١٠ \times ٦٠٠ + ٦ \times ٢٠٠ + ٨ \times ٦٠٠ = ١٥٦٠٠ \text{ ج.}$$

اختبار مثالية الحل الثاني

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الثاني

تكلفة الفرصة	التغير في التكاليف	المسار المغلق	الخلية الفارغة
٥ -	٣ - ٥ + ٦ - ٩ + ٥ =	٢ ص ₁ س ₃ - ٣ ص ₁ س ₃ + ٣ ص ₃ س ₃ - ٢ ص ₃ س ₃ +	٢ ص ₁ س ₃
٤ -	- ٨ + ١٠ - ١٢ + ٤ = ٦	١ ص ₂ س ₂ - ٢ ص ₂ س ₂ + ٢ ص ₁ س ₃ - ١ ص ₁ س ₃ +	٢ ص ₂ س ₂
١ -	+ ٦ - ٥ + ٣ - ٧ + ١ = ١٠ - ٨	٣ ص ₃ س ₃ - ٢ ص ₂ س ₃ + ٢ ص ₁ س ₃ - ٢ ص ₃ س ₃ + ١ ص ₂ س ₃ - ١ ص ₁ س ₃ +	٢ ص ₂ س ₃
√ ٣ +	= ٨ - ٦ + ٥ - ٤ + ٣ -	٢ ص ₃ س ₃ - ١ ص ₃ س ₃ + ١ ص ₁ س ₃ - ٢ ص ₁ س ₃ +	١ ص ₃ س ₃

الخلية الفارغة س٣ص١ لها تكلفة فرصة موجبة، إذا الحل الثاني غير أمثل ويمكن تحسينه باستخدامها، ونخصص لها ٣٠٠ طن. ويظهر جدول الحل الثالث كما يلي:

جدول النقل الثالث

الطاقات	المناطق البيعية			المصانع
	ص٣	ص٢	ص١	
٨٠٠	٩	٦	٨	س١
		٥٠٠	٣٠٠	
٦٠٠	٧	١٢	١٠	س٢
			٦٠٠	
١٠٠٠	٣	٥	٤	س٣
	٧٠٠		٣٠٠	
٢٤٠٠	٧٠٠	٥٠٠	١٢٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل للحل الثالث كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = ٣ \times ٧٠٠ + ٤ \times ٣٠٠ + ١٠ \times ٦٠٠ + ٦ \times ٥٠٠ + ٨ \times ٣٠٠ = ١٤٧٠٠ \text{ ج.}$$

اختبار مثالية الحل الثالث:

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الثالث

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في التكاليف	تكلفة الفرصة
س١ص٣	+ س١ص٣ - س١ص١ - س٢ص٢ + س٢ص٣ - س٣ص٣	+ ٩ - ٨ - ٥ + ٣ = ٢	- ٢
س٢ص٢	+ س٢ص٢ - س٢ص١ - س١ص١ + س١ص٢ - س٢ص٣ + س٢ص٣	+ ١٢ - ١٠ - ٦ + ٧ - ٤ = ٤	- ٤
س٢ص٣	+ س٢ص٣ - س٢ص١ - س١ص١ + س١ص٢ - س٢ص٣ + س٢ص٣	+ ٥ - ٤ - ٣ + ٧ - ١٠ = ٣ - ٢ = ١	+ ٢
س٣ص٢	+ س٣ص٢ - س٣ص١ - س١ص١ + س١ص٢ - س٢ص٢ + س٢ص٣	+ ٥ - ٤ - ٣ + ٧ - ١٠ = ٣ - ٢ = ١	- ٣

الخلية الفارغة س₂ص₂ لها تكلفة فرصة موجبة، إذاً الحل الثالث غير أمثل ويمكن تحسينه باستخدامها، وسوف نخصص لها ٦٠٠ طن. ويظهر الجدول الرابع كما يلي:

جدول النقل الرابع

الطاقات	المناطق البيعية			المصانع
	ص ₃	ص ₂	ص ₁	
٨٠٠	٩	٦	٨	س ₁
		٥٠٠	٣٠٠	
٦٠٠	٧	١٢	١٠	س ₂
	٦٠٠			
١٠٠٠	٣	٥	٤	س ₃
	١٠٠		٩٠٠	
٢٤٠٠	٧٠٠	٥٠٠	١٢٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل للحل الرابع كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = ٨ \times ٣٠٠ + ٦ \times ٥٠٠ + ٧ \times ٦٠٠ + ٤ \times ٩٠٠ + ٣ \times ١٠٠$$

$$= ١٣٥٠٠ \text{ ج.}$$

اختبار مثالية الحل الرابع

تقييم الخلايا الفارغة بالحل الرابع

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في التكاليف	تكلفة الفرصة
س ₁ ص ₃	+ س ₁ ص ₃ - س ₁ ص ₁ - س ₃ ص ₁ + س ₃ ص ₃	+ ٨ - ٩ + ٣ - ٤ = ٢	- ٢
س ₂ ص ₁	+ س ₂ ص ₁ - س ₂ ص ₂ - س ₃ ص ₂ + س ₃ ص ₁	+ ٧ - ١٠ + ٣ - ٤ = ٢	- ٢
س ₂ ص ₂	+ س ₂ ص ₂ - س ₂ ص ₃ - س ₁ ص ₂ + س ₁ ص ₃	+ ٧ - ١٢ + ٣ - ٤ = ٦	- ٦
س ₃ ص ₂	+ س ₃ ص ₂ - س ₃ ص ₃ - س ₁ ص ₃ + س ₁ ص ₂	+ ٤ - ٥ + ٣ - ٨ = ٣	- ٣

وحيث أنه لا توجد خلايا فارغة لها تكلفة فرصة موجبة فيكون الحل الرابع هو الحل الأمثل .

تمرين رقم (٢)

تمتلك منشأة محمد جمال الصناعية ثلاث مصانع (س١، س٢، س٣) وأربعة منافذ للتوزيع (ص١، ص٢، ص٣، ص٤)، وتنتج المنشأة منتج واحد متجانس. وفيما يلي البيانات الخاصة بطاقات المصانع واحتياجات منافذ التوزيع من هذا المنتج:

طاقات المصانع: ٦٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠ طن علي التوالي.

احتياجات منافذ التوزيع: ٤٠٠، ٥٠٠، ٦٠٠، ٩٠٠ طن علي التوالي.

وتبلغ تكلفة نقل الوحدة من كل مصنع إلي كل منفذ توزيع بالجنيه كما يلي:

المصانع	منافذ التوزيع			
	ص١	ص٢	ص٣	ص٤
س١	٢	٤	٥	٣
س٢	٣	٥	٤	٦
س٣	٤	٢	٨	٧

المطلوب :

أولاً : إيجاد الحل المبدئي لمشكلة النقل باستخدام الطرق الثلاث التي قمت بدراستها (طريقة الركن الشمالي الشرقي ، طريقة أدنى تكلفة ، طريقة فوجل التقريبية).

ثانياً : استخدام طريقة التوزيع المعدل في اختبار مثالية الحل المبدئي الذي يعطي أقل تكلفة نقل وإيجاد الحل الأمثل .

الحل

أولاً : إيجاد الحل المبدئي :

١ - باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي :

الحل المبدئي (بطريقة الركن الشمالي الشرقي)

الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
	ص١	ص٢	ص٣	ص٤	
٦٠٠	٣	٥	٤	٢	س١
			٢٠٠	٤٠٠	
٨٠٠	٦	٤	٥	٣	س٢
		٥٠٠	٣٠٠		
١٠٠٠	٧	٨	٢	٤	س٣
	٩٠٠	١٠٠			
٢٤٠٠	٩٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل للحل المبدئي السابق كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = 7 \times 900 + 8 \times 100 + 4 \times 500 + 5 \times 300 + 4 \times 200 + 2 \times 400 = 12200 \text{ ج.}$$

٢ - باستخدام طريقة أدنى تكلفة:

الحل المبدئي (بطريقة أدنى تكلفة)

الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
٦٠٠	٣	٥	٤	٢	س١
	٢٠٠			٤٠٠	
٨٠٠	٦	٤	٥	٣	س٢
	٢٠٠	٦٠٠			
١٠٠٠	٧	٨	٢	٤	س٣
	٥٠٠		٥٠٠		
٢٤٠٠	٩٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	الاحتياجات

وتحسب تكاليف النقل للحل المبدئي بطريقة أدنى تكلفة كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = 7 \times 500 + 2 \times 500 + 6 \times 200 + 4 \times 600 + 3 \times 200 + 2 \times 400 = 9500 \text{ ج.}$$

٣ - باستخدام طريقة فوجل التقريبية:

الحل المبدئي (بطريقة فوجل)

فروق الصفوف	الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
		ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
- - - ١	٦٠٠	٣	٥	٤	٢	س١
		٦٠٠				
٣ ٢ ١ ١	٨٠٠	٦	٤	٥	٣	س٢
			٦٠٠		٢٠٠	
٣ ٢ ٢ ٢	١٠٠٠	٧	٨	٢	٤	س٣
		٣٠٠		٥٠٠	٢٠٠	
	٢٤٠٠	٩٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	الاحتياجات
		٣	١	٢	١	فروق
		١	٤	٣	١	الأعمدة
		١	-	٣	١	
		١	-	-	١	

وتحسب تكاليف النقل للحل المبدئي بطريقة فوجل التقريبية كما يلي:

$$\text{تكاليف النقل} = 3 \times 600 + 3 \times 200 + 4 \times 600 + 4 \times 200 + 2 \times 500 = 8700 \text{ ج.}$$

ثانياً : اختبار مثالية الحل المبدئي :

ويتضح من الحلول المبدئية السابقة أن طريقة فوجل التقريبية تعطي أقل تكاليف نقل. لهذا سوف يتم اختبار مثالية الحل المبدئي الذي تم التوصل إليه بهذه الطريقة وذلك باستخدام طريقة التوزيع المعدل بأن يتم أولاً حساب قيم للصفوف والأعمدة كما هو موضح بالجدول التالي:

جدول الحل المبدئي بطريقة فوجل بعد حساب قيم الصفوف والأعمدة

قيم الصفوف	الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
		ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
صفر	٦٠٠	٣	٥	٤	٢	س١
٣	٨٠٠	٦	٤	٥	٣	س٢
٤	١٠٠٠	٧	٨	٢	٤	س٣
	٢٤٠٠	٩٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٤٠٠	الاحتياجات
		٣	١	٢ -	صفر	قيم الأعمدة

وتحسب تكلفة الفرصة المضاعة لكل خلية من الخلايا الفارغة بجدول الحل المبدئي كما يلي:

تكلفة الفرصة لأي خلية فارغة = قيمة صفها + قيمة عمودها - تكلفة النقل إليها.

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص١} = \text{صفر} + \text{صفر} - ٢ = ٢ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص٢} = \text{صفر} - ٢ - ٤ = ٦ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س١ ص٣} = \text{صفر} + ١ - ٥ = ٤ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س٢ ص٢} = ٣ - ٢ - ٥ = ٤ -$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س٢ ص٤} = ٣ + ٣ - ٦ = \text{صفر}$$

$$\text{تكلفة الفرصة المضاعة للخلية س٣ ص٣} = ٤ + ١ - ٨ = ٣ -$$

يتضح من الخطوة السابقة أن تكلفة الفرصة المضاعة لجميع الخلايا الفارغة سالبة أو

تساوي صفر. الأمر الذي يعني أن الحل المبدئي الذي توصلنا إليه بطريقة فوجل التقريبية حل أمثل .



تمرين رقم (٣)

تنتج منشأة أحمد جمال للصناعات الكهربائية منتج ذو مواصفات فنية خاصة في مصنعين متخصصين (س ، ص) ، وتبلغ الطاقة الإنتاجية المتاحة سنوياً لهذين المصنعين ٥٠٠٠ ، ٣٠٠٠ وحدة علي التوالي. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج علي أربعة منافذ توزيع تقع في مناطق مختلفة (أ، ب، ج، د) تبلغ احتياجاتها السنوية المتوقعة ٢٠٠٠ ، ٣٠٠٠ ، ٥٠٠٠ ، ٢٠٠٠ وحدة علي التوالي. ونتيجة لاختلاف مصادر الطلب علي هذا المنتج وكذلك اختلاف تكلفة الإنتاج والنقل، فإن ربح الوحدة المتوقع يختلف من منفذ إلي آخر، ويوضح الجدول التالي ربح الوحدة المنقولة من كل مصنع إلي كل منفذ توزيع:

المصانع	منافذ التوزيع			
	أ	ب	ج	د
س	٢٠	١٧	١٦	١٦
ص	١٩	١٥	١٤	١٧

والمطلوب:

- ١- إيجاد الحل المبدئي لمشكلة النقل باستخدام طريقة فوجل التقريبية.
- ٢- استخدام طريقة حجر الوطاء في اختبار مثالية الحل المبدئي وإيجاد الحل الأمثل.

الحل

يلاحظ من بيانات التمرين أن إجمالي الاحتياجات ١٢٠٠٠ وحدة أكبر من إجمالي الطاقات ٨٠٠٠ وحدة لذلك تم إضافة مصنع وهمي خصص له مقدار الزيادة في الطلب ٤٠٠٠ وحدة. وتم الرمز لهذا المصنع الوهمي بالرمز ع. وأي كمية تنقل من هذا المصنع سيكون ربحها صفر. وبناء عليه يكون الحل المبدئي وفقاً لطريقة فوجل التقريبية كما يلي:

الحل المبدئي

فروق الصفوف	الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
		د	ج	ب	أ	
١ ٣	٥٠٠٠	١٦	١٦	١٧	٢٠	س
				٣٠٠٠	٢٠٠٠	
٢ ٢	٣٠٠٠	١٧	١٤	١٥	١٩	ص
		٢٠٠٠		١٠٠٠		
٠ ٠	٤٠٠٠	٠	٠	٠	٠	ع
			٣٠٠٠	١٠٠٠		
	١٢٠٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٥٠٠٠	٢٠٠٠	الاحتياجات
		١	٢	٢	١	فروق
		١	٢	٢	-	الأعمدة

وتحسب أرباح الحل المبدئي كما يلي:

$$+ 17 \times 2000 + 10 \times 1000 + 17 \times 3000 + 20 \times 2000 = \text{إجمالي الأرباح}$$

$$1000 \times \text{صفر} + 3000 \times \text{صفر} = 140000 \text{ ج.}$$

اختبار مثالية الحل المبدئي:

تقييم الخلايا الفارغة بالحل المبدئي

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في الأرباح	تكلفة الفرصة
س ج	+ س ج - س ب + ع ب - ع ج	+ 17 - 16 + صفر - صفر = - 1	+ 1
س د	+ س د - س ب + ص ب - ص د	+ 17 - 10 + 17 - 16 + = - 3	+ 3
ص أ	+ ص أ - ص ب + س ب - س أ	+ 20 - 17 + 10 - 19 + = + 1	- 1
ص ج	+ ص ج - ص ب + ع ب - ع ج	+ 10 - 14 + صفر - صفر = - 1	+ 1
ع أ	+ ع أ - ع ب + س ب - س أ	+ صفر - صفر + 17 - 20 = - 3	+ 3
ع د	+ ع د - ع ب + ص ب - ص د	+ صفر - صفر + 10 - 17 = - 7	+ 2

يلاحظ أن الخلية (ص أ) لها تكلفة فرصة سالبة ، وهذا معناه أن الحل المبدئي ليس حلاً مثالياً وأنه يمكن الوصول إلي حل أفضل لو أننا استخدمنا هذه الخلية ص أ.

ولتحسين الحل المبدئي يتم إعداد حل ثاني جديد بإتباع الخطوات التالية:

أ- تحديد الكمية التي يتم تخصيصها للخلية الفارغة (ص أ) المرشحة للدخول في الحل الجديد وهي أقل كمية في خلايا الإشارات السالبة في المسار المغلق لهذه الخلية. ونلاحظ من جدول الحل المبدئي أن هذه الكمية في الخلية ص ب أي 1000 وحدة.

ب- تحديد أثر النقل إلى الخلية (ص أ) على خلايا المسار المغلق لهذه الخلية كما يلي:

$$\begin{aligned} \text{الخلية ص أ} &= \text{صفر} + 1000 = 1000 \text{ وحدة} \\ \text{الخلية ص ب} &= 1000 - 1000 = \text{صفر وحدة} \\ \text{الخلية س ب} &= 1000 + 3000 = 4000 \text{ وحدة} \\ \text{الخلية س ٢ ص ٢} &= 1000 - 2000 = 1000 \text{ وحدة} \end{aligned}$$

هذا وتظل باقي خلايا الجدول كما هي بدون تغيير.

ج- إعداد جدول النقل الجديد (الثاني) وذلك كما يلي:

جدول النقل الثاني

الطاقات	منافذ التوزيع				المصانع
	د	ج	ب	أ	
٥٠٠٠	١٦	١٦	١٧	٢٠	س
			٤٠٠٠	١٠٠٠	
٣٠٠٠	١٧	١٤	١٥	١٩	ص
	٢٠٠٠			١٠٠٠	
٤٠٠٠	٠	٠	٠	٠	ع
		٣٠٠٠	١٠٠٠		
١٢٠٠٠	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٥٠٠٠	٢٠٠٠	الاحتياجات

وتحسب أرباح الحل الثاني كما يلي:

$$\text{إجمالي الأرباح} = 1000 \times 20 + 17 \times 4000 + 19 \times 1000 + 17 \times 2000 + 16 \times 5000$$

$$\text{صفر} + 3000 \times \text{صفر} = 141000 \text{ ج.}$$

اختبار مثالية الحل الثاني:

تقييم الخلايا الفارغة بالحل المبدئي

الخلية الفارغة	المسار المغلق	التغير في الأرباح	تكلفة الفرصة
س ج	+ س ج - س ب + ع ب - ع ج	+ ١٧ - ١٦ + ٠ - ٠ = ١ -	١ +
س د	+ س د - س أ + ص أ - ص د	+ ١٦ - ١٩ + ٢٠ - ١٧ = ٢ -	٢ +
ص ب	+ ص ب - ص أ + س أ - س ب	+ ١٥ - ١٩ + ٢٠ - ١٧ = ١ -	١ +
ص ج	+ ص ج - ص أ + س أ - س ب + ع ب - ع ج	+ ١٤ - ١٩ + ٢٠ + ١٧ - ٢٠ = ٢ -	٢ +
ع أ	+ ع أ - ع ب + س ب - س أ	+ ٠ - ٠ + ١٧ - ٢٠ = ٣ -	٣ +
ع د	+ ع د - ع ب + س ب - س أ + ص ب - ص د	+ ٠ - ٠ + ١٧ - ١٩ + ٢٠ = ١ -	١ +

وحيث أنه لا توجد خلايا فارغة لها تكلفة سالبة فيكون الحل الثاني هو الحل الأمثل .

تمرين رقم (٤)

تنتج إحدى المنشآت الصناعية منتج واحد في ثلاثة مصانع (س١، س٢، س٣) تقع في مناطق مختلفة، وتبلغ الطاقة الإنتاجية المتاحة سنويا لهذه المصانع ٤٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠ طن علي التوالي. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج علي ثلاث منافذ توزيع (ص١، ص٢، ص٣) تبلغ احتياجاتها السنوية ٢٠٠، ١٠٠٠، ٤٠٠ طن علي التوالي. وتبلغ تكلفة نقل الطن من كل مصنع إلي كل منفذ توزيع (بالجنيهات) كما يلي:

من	إلي	ص١	ص٢	ص٣
س١		٢	٧	١٦
س٢		٢٠	٨	١٠
س٣		٤	٨	٢٠

والمطلوب:

- إعداد جدول النقل المبدئي باستخدام طريقة فوجل التقريبية ثم اختبار مثاليته بطريقة حجر الوطء.
- إعداد جدول النقل الثاني وحساب مقدار التخفيض في تكاليف النقل (غير مطلوب اختبار مثالية الجدول الثاني).

تمرين رقم (٥)

تنتج إحدى المنشآت الصناعية منتج واحد في ثلاثة مصانع (س١، س٢، س٣) تقع في مناطق مختلفة، وتبلغ الطاقة الإنتاجية المتاحة سنويا لهذه المصانع ٣٥٠، ٩٠٠، ٢٥٠ طن علي التوالي. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج علي ثلاث منافذ توزيع (ص١، ص٢، ص٣) تبلغ احتياجاتها السنوية ٣٠٠، ٧٠٠، ٤٠٠ طن علي التوالي. وتبلغ تكلفة نقل الطن من كل مصنع إلي كل منفذ توزيع (بالجنيهات) كما يلي:

من	إلي	ص١	ص٢	ص٣
س١		٧	٣	٨
س٢		٥	٦	١١
س٣		١٠	٤	٧

والمطلوب:

- إعداد جدول النقل المبدئي باستخدام طريقة أدني تكلفة ثم اختبار مثاليته بطريقة حجر الوطء.
- إعداد جدول النقل الثاني وحساب مقدار التخفيض في تكاليف النقل (غير مطلوب اختبار مثالية الجدول الثاني).

تمرين رقم (٦)

يتم توريد منتج عن طريق أربعة مصانع س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤ إلى ثلاث مخازن ص١ ، ص٢ ، ص٣ وتبين المصفوفة التالية الطاقة الإنتاجية للمصانع واحتياجات المخازن من هذا المنتج وتكلفة نقل الوحدة من كل مصنع إلى كل مخزن بالجنيه كما يلي :

المصانع \ المخازن	ص١	ص٢	ص٣	الطاقات بالطن
س١	٣	٢	٤	٢٥
س٢	٨	٩	١١	٥٠
س٣	٦	٥	٩	٥٠
س٤	٩	١٣	١٢	١٠٠
الاحتياجات بالطن	٥٠	٧٥	٥٠	

والمطلوب :

١. استخدام طريقة فوجل التقريبية في إعداد جدول النقل المبدئي.
٢. اختبار مثالية الجدول المبدئي بطريقة التوزيع المعدل.
٣. إعداد جدول النقل الثاني فقط وحساب مقدار التخفيض في تكاليف النقل (غير مطلوب اختبار مثالية الجدول الثاني).

تمرين رقم (٧)

تقوم إحدى المنشآت الصناعية بإنتاج منتج واحد وتسويقه إلى ثلاث وكلاء بيع (أ ، ب ، ج). وتمتلك المنشأة ثلاثة مخازن (س ، ص ، ع) موزعة علي ثلاثة مناطق جغرافية مختلفة. ويتم توزيع المنتج من المخازن المذكورة مباشرة إلى الوكلاء. فإذا علمت أن:

تبلغ الكميات المتاحة سنويا من المنتج بالمخازن الثلاثة ١٨٠ ، ٨٠ ، ٢٠٠ وحدة علي التوالي .

تبلغ الكميات المطلوبة سنويا من قبل الوكلاء الثلاثة ١٤٠ ، ٢٢٠ ، ٨٠ وحدة علي التوالي .

تبلغ تكلفة نقل الوحدة من كل مخزن إلى كل وكيل بيع (بالجنيهات) كما يلي :

من \ إلى	س	ص	ع
أ	٢٥	٥٠	١٥
ب	٦٠	٤٠	٣٠
ج	٢٥	١٠	٢٠

والمطلوب:

- ١- تحديد الحل الأمثل لمشكلة النقل .
- ٢- بفرض أن طلب الوكيل (ع) من المنتج أصبح ١٤٠ وحدة فما هو الحل الأمثل لمشكلة النقل.

تمرين رقم (٨)

تنتج منشأة أحمد جمال الصناعية منتج كهربائي ذو مواصفات خاصة في مصانعها الثلاثة التي تقع في مناطق مختلفة (الفيوم، الإسماعيلية، المنيا)، وتبلغ الطاقة الإنتاجية المتاحة سنويا لهذه المصانع ٢٥٠٠، ٢٠٠٠، ١٨٠٠ وحدة علي التوالي. وتقوم المنشأة بتوزيع إنتاجها من هذا المنتج علي ثلاثة مناطق بيعية مختلفة (الغربية، بورسعيد، كفر الشيخ) تبلغ احتياجاتها السنوية ١٦٠٠، ٢٤٠٠، ٢٠٠٠ وحدة علي التوالي.

وتقدر تكلفة نقل الوحدة من المنتج من المصانع إلي المناطق البيعية (بالجنيه) كما

يلي:

من	إلي	الغربية	بور سعيد	كفر الشيخ
الفيوم		٦٠	٨٠	٥٠
الإسماعيلية		١٠٠	٣٠	١٠٠
المنيا		٨٠	١٢٠	٧٠

فإذا علمت أن متوسط تكلفة إنتاج الوحدة من المنتج في المصانع الثلاثة يبلغ ٢٠٠، ٢٨٠، ٣٠٠ جنيه علي التوالي. كما تبلغ أسعار بيع الوحدة من المنتج في المناطق البيعية الثلاثة بالترتيب ٤٥٠، ٤٢٠، ٤٠٠ جنيه.

والمطلوب:

١. إيجاد الحل المبدئي لمشكلة النقل باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي.
٢. اختبار مثالية الحل المبدئي باستخدام طريقة التوزيع المعدل.
٣. إيجاد الحل الأمثل وحساب إجمالي الأرباح في ظل هذا الحل.

تمرين رقم (٩)

تمتلك شركة الفيوم للمقاولات أسطول من سيارات النقل يستخدم في نقل مواد البناء من مصانع الشركة إلي مواقع العمل. وتعمل الشركة حاليا ثلاث مواقع احتياجاتها الشهرية من مواد البناء كما يلي:

- الموقع الأول (أ) = ٣٢ حمولة / سيارة.
- الموقع الثاني (ب) = ٦٦ حمولة / سيارة.
- الموقع الثالث (ج) = ٣٤ حمولة / سيارة.

ولدي الشركة ثلاث مصانع تقع في مناطق متفرقة من الجمهورية، طاقتها الشهرية كما يلي:

- مصنع س = ٣٥ حمولة / سيارة.
- مصنع ص = ٥٧ حمولة / سيارة.
- مصنع ع = ٤٠ حمولة / سيارة.



فإذا علمت أن تكاليف تشغيل السيارة الواحدة من كل مصنع إلي كل موقع تقدر بالجنيه كما يلي:

من	إلى	أ	ب	ج
س		٥	٧	٥
ص		٦	٥	٦
ع		٨	٦	٨

المطلوب: وضع برنامج لتلبية احتياجات المواقع الثلاثة من مواد البناء في حدود الطاقات المتاحة في المصانع، وذلك بأقل تكاليف ممكنة باستخدام طريقة النقل.

تمرين رقم (١٠)

يوجد في إحدى البلدان مصدران لإنتاج الطاقة س١، س٢ بطاقة إنتاجية ١٠٠، ١٢٠ ميجاوات، ولديها أربع مدن ص١، ص٢، ص٣، ص٤ تحتاج يومياً إلي ٨٠، ٥٠، ٧٠، ٢٠ ميجاوات على الترتيب وتبعد هذه المدن عن المصدر الأول بمسافة ٢٢٠، ١٨٠، ١٥٠، ١٠٠ كم وعن المصدر الثاني بمسافة ١٢٠، ٣٠٠، ٨٠، ٥٠ كم على الترتيب، فإذا كانت تكلفة نقل الميجاوات هي ١٠ ج / كم.

المطلوب:

١. تصميم الحل المبدئي بطريقة أدنى تكلفة وحساب إجمالي تكلفة النقل بين المصدرين والمدن الأربعة في ظل هذا الحل.
٢. اختبار مثالية الحل بطريقة التوزيع المعدل.

تمرين رقم (١١)

بفرض وجود ثلاث خزانات مياه للشرب (أ، ب، ج) بكميات توريد يومية قدرها ١٥، ٢٠، ٢٥ مليون لتر على الترتيب. ينبغي علينا يومياً تزويد المدن الأربع (س، ص، ع، ل) باحتياجاتها البالغة ٨، ١٠، ١٢، ١٥. فإذا علمت أن تكلفة ضخ اللتر من المياه من الخزانات إلي المدن كما يلي: (القيمة بالجنيه):

الخزانات	المدن			
	س	ص	ع	ل
أ	٢	٣	٤	٥
ب	٣	٢	٥	٢
ج	٤	١	٢	٣

المطلوب: استخدم نموذج النقل للوصول إلي جدولة الضخ الأرخص، مع العلم أن كميات المياه الزائدة تخزن دون أي تكلفة.

الفصل الثاني

طريقة التعيين

مقدمة

تعتبر مشكلة التعيين أو التخصيص حالة خاصة من حالات أو مشكلات البرمجة الخطية، مثلها في ذلك مثل مشكلة النقل، حيث تتعامل مع نوع خاص من مشاكل البرمجة الخطية. ونظرا لما تتسم به هذه المشكلة من سمات خاصة فإنه يكون من المفضل تصميم نموذجها خاصا بها يكفل التوصل إلي الحل الأمثل لها في أقل وقت وبأقل جهد ممكن.

ويهدف نموذج التعيين إلي تعيين أو تخصيص عدد معين من الموارد أو الإمكانيات (آلات أو عمال مثلا) لعدد مساو من الغايات (الاستخدامات أو المهام مثلا) بصورة تمكن من تحقيق أدنى تكلفة أو تحقيق أقصى ربح أو أقل وقت إنجاز ممكن.... الخ. ويتم التعيين علي أساس ربط كل مورد بمهمة أو استخدام واحد أو العكس أي ربط كل مهمة بمورد واحد فقط.

ويستخدم نموذج التعيين في كثير من التطبيقات العملية، ومن أمثلة هذه التطبيقات مشكلة تخصيص العاملين اللازمين لإنجاز المهام المختلفة بالمنشأة بما يؤدي إلي تحقيق أقل تكلفة أو وقت ممكن. ومشكلة إسناد عقود مقاولات محددة لمقاولين معينين بما يؤدي إلي تحقيق أقل تكلفة أو أقل وقت. ومشكلة جدولة الإنتاج بالمنشأة بمعني تخصيص كل أمر تشغيل محدد إلي آلة معينة لإنجازه بما يحقق أدنى تكلفة كلية للمنشأة أو انجاز العمل في أقل وقت ممكن. ومشكلة توزيع رجال البيع بين المناطق البيعية المختلفة بما يحقق أكبر ربح ممكن للمنشأة.

النموذج الرياضي لمشكلة التعيين:

يتسم النموذج الرياضي لمشكلة التعيين بمجموعة من السمات أهمها ما يلي:

١- تحقيق المساواة بين عدد الموارد وعدد الاستخدامات؛ أي ضرورة أن تأخذ معاملات الخلايا شكل مصفوفة مربعة. وفي حالة اختلاف عدد الموارد عن عدد الاستخدامات يتم الاستعانة بمتغيرات صورية (وهمية) لحل المشكلة.



٢- عدد الموارد المطلوبة للاستخدامات في أي صف تساوي واحد صحيح (بفرض أن الصفوف تمثل الموارد)، وكذلك فإن عدد الاستخدامات المعينة للموارد في أي عمود تساوي واحد صحيح (بفرض أن الأعمدة تمثل الاستخدامات).

٣- الكمية التي تخصص لأي خلية (s, b) إما أن تساوي واحد صحيح (في حالة ما إذا كانت الخلية مشغولة) أو أن تساوي صفر (في حالة ما إذا كانت الخلية فارغة).
ويستخدم النموذج الرياضي لمشكلة التعيين متغيرات القرار التالية:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leftarrow \text{إذا تم تخصيص المورد أ لإنجاز المهمة ب.} \\ \text{صفر} \leftarrow \text{إذا لم يتم تخصيص المورد أ لإنجاز المهمة ب.} \end{array} \right\} = s_{ab}$$

حيث $s = 1, 2, \dots, n$ ، $b = 1, 2, \dots, n$. وبالتالي كل s_{ab} يكون متغير ثنائي (أي له قيمة صفر أو واحد). والمتغيرات الثنائية تكون هامة في بحوث العمليات لتمثيل قرارات نعم أو لا. في هذه الحالة، يكون قرار نعم أو لا هو: هل يجب تخصيص المورد أ لإنجاز المهمة ب؟

بافتراض أن k ترمز إلى التكلفة الكلية، فإن النموذج الرياضي لمشكلة التعيين يكون علي النحو التالي:

دالة الهدف:

$$\begin{array}{c} n \\ n \\ \text{تدنية } k = \text{مج } t_{ab} \times s_{ab} \\ 1 = b \quad 1 = a \end{array}$$

في ظل القيود التالية:

$$\begin{array}{c} n \\ \text{مج } s_{ab} = 1 \quad \text{حيث } a = 1, 2, \dots, n. \\ 1 = a \end{array}$$

وهذا القيد يحدد أن كل مورد يكون لأداء مهمة واحدة فقط.

$$\begin{array}{c} n \\ \text{مج } s_{ab} = 1 \quad \text{حيث } b = 1, 2, \dots, n \\ 1 = b \end{array}$$

وهذا القيد يتطلب أن يتم أداء كل مهمة بواسطة مورد واحد فقط.



وأيضاً:

س أ ب ك صفر لكل الموارد أ ولكل المهام ب.

(س أ ب قيمة ثنائية ، لكل الموارد أ ولكل المهام ب)

وتجدر الإشارة إلي إمكانية حل مشكلة التعيين بعدة طرق، حيث يمكن حلها باستخدام طريقة السمبلكس أو باستخدام طريقة النقل باعتبار أن مشكلة التعيين قريبة جداً بمشكلة النقل. كذلك يمكن حلها باستخدام طريقة السرد Enumeration والتي تقوم علي أساس إيجاد كل التباديل الممكنة لربط الموارد بالاستخدامات ثم اختيار أقلها تكلفة، ولكن يعاب علي هذه الطريقة أنها طويلة وشاقة خاصة إذا ما عرفنا أنه بالنسبة لمشكلة تعيين ستة موارد لسته استخدامات يكون عدد التباديل الممكنة لربط الموارد بالاستخدامات يساوي ٧٢٠ (أي $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$).

هذا ولقد توصل عالم الرياضيات المجري إلي طريقة خاصة تتاسب حل مشاكل التعيين بصورة أفضل من كل الطرق السابقة وخصوصاً من حيث اختصار خطوات وإجراءات الحل للمشكلة، وسميت هذه الطريقة بطريقة التعيين أو الطريقة المجرية The Hungarian Method. وتعتمد هذه الطريقة أساساً علي استخدام مفهوم تكلفة الفرصة المضاعة في الوصول إلي برنامج التعيين الأمثل. والحل الأمثل في هذه الطريقة هو الذي تكون تكلفة الفرصة المضاعة عنده تساوي صفر؛ أي أن الفكرة الأساسية للطريقة المجرية هي تجنب حدوث تكلفة فرصة مضاعة.

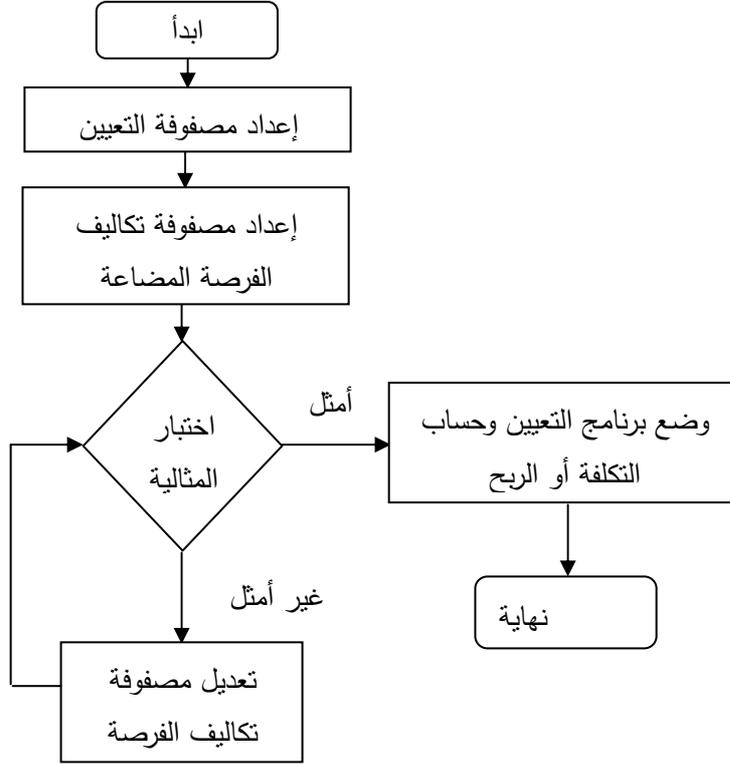
خطوات تطبيق طريقة التعيين:

- تتمثل خطوات حل مشاكل التعيين وفقاً لطريقة التعيين أو الطريقة المجرية (كما هو موضح بالشكل ٢ - ١) في الخطوات التالية:
- ١- ترتيب بيانات المشكلة في شكل مصفوفة تسمى بمصفوفة التعيين.
 - ٢- إعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة، والتي تمثل الحل المبدئي.
 - ٣- اختبار مثالية الحل، وفي حالة ما إذا كان الحل الذي يتم اختياره هو الحل الأمثل يتم القيام بالخطوة رقم ٥.



٤- إذا لم يكن الحل الذي يتم اختباره هو الحل الأمثل يتم تحسينه بتعديل مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعفة، وإعادة اختبار المثالية حتى يتم الوصول إلي الحل الأمثل.

٥- وضع برنامج التعيين (التخصيص) الأمثل وحساب التكاليف أو الأرباح الكلية.



شكل (١-٢) خطوات طريقة التعيين

نموذج التعيين وتخفيض التكاليف:

هذا، و سنتناول فيما يلي شرح وتوضيح تفاصيل خطوات تطبيق نموذج التعيين بالتطبيق علي إحدى مشاكل التعيين عندما يكون الهدف هو تحقيق أدني تكلفة ممكنة للتعيين وذلك من خلال المثال الإيضاحي التالي:

مثال:

تمتلك إحدى المنشآت الصناعية أربع آلات (س١، س٢، س٣، س٤) في أحد الأقسام الإنتاجية، وتستطيع كل آلة أن تصنع أي أمر من أوامر التشغيل (ص١، ص٢، ص٣، ص٤) الموكل تصنيعها لإدارة هذا القسم الإنتاجي ولكن بتكاليف إنتاج

مختلفة، ويوضح الجدول التالي التكاليف المتوقعة لإتمام كل أمر من هذه الأوامر علي الآلات المذكورة (بالآلف جنيه):

أوامر التشغيل (الاستخدامات)				الآلات (الموارد)
ص٤	ص٢	ص١	ص٣	
١٣	٨	٩	٧	س١
١١	١٥	١٦	١٦	س٢
١٥	١٠	١٩	١٦	س٣
١٦	١٤	١٧	١٦	س٤

وترغب إدارة المنشأة في التوصل إلي برنامج التعيين الأمثل الذي يخفض تكاليف إنتاج أوامر التشغيل إلي أقل حد ممكن.
أولاً: إعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة:

تتضمن هذه المصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الناتجة عن عدم اتباع الطريقة المثلي في تعيين (تخصيص) الآلات لتصنيع أوامر التشغيل؛ أي عدم تعيين الآلة المثلي لتصنيع أمر التشغيل الأمثل. ويمكن توضيح مفهوم تكلفة الفرصة المضاعة في طريقة التعيين علي النحو التالي:

نفرض أننا قررنا تعيين الآلة س١ لإنجاز أمر التشغيل ص٤. من الجدول السابق يتضح أن تكلفة هذا التعيين تبلغ ١٣ ألف جنيه، وحيث أن الآلة س١ يمكنها أيضاً إنجاز أمر التشغيل ص١ بتكلفة مقدارها ٧ آلاف جنيه، فإنه من الواضح أن قرارنا بتعيين الآلة س١ لإنجاز أمر التشغيل ص٤ ليس هو القرار الأمثل. فعندما نعين الآلة س١ لأمر التشغيل ص٤ فإننا نضحى بفرص توفير مبلغ ٦ آلاف جنيه (١٣ - ٧). ويشار إلي هذه التضحية عادة بتكلفة الفرصة المضاعة. وبعبارة أخرى فإن قرار تعيين الآلة س١ لأمر التشغيل ص٤ يلغي تعيين أو تخصيص هذه الآلة لأمر التشغيل ص١ وفقاً للقيود المفروض بأنه يمكن تعيين كل آلة لإنجاز أمر تشغيل واحد فقط. وبذلك يمكن القول بأن تكلفة الفرصة المضاعة الناتجة من تعيين الآلة س١ لإنجاز أمر التشغيل ص٤ تبلغ ٦ آلاف جنيه. وبالمثل بالنسبة لأقل تكلفة تعيين للآلة س١ (أو صف س١) فإن قرار تعيين الآلة س١ لإنجاز أمر التشغيل ص٢ أو ص٣ يتضمن تكلفة فرصة مضاعة قدرها ألفان جنيه (٩ - ٧) أو ألف جنيه (٨ - ٧) علي الترتيب، وحيث أن تعيين الآلة س١ لإنجاز أمر التشغيل ص١ هو أفضل تعيين، لذلك

فإن تكلفة الفرصة المضاعة لهذا التعيين تساوي صفر (٧ - ٧). ويمكن تسمية هذه التكاليف بتكاليف الفرصة المضاعة بالنسبة للآلة س_١. هذا وإذا ما قمنا بطرح أقل رقم بالصف س_٢ من كل رقم من أرقام التكلفة الموجودة في ذلك الصف فإننا نحصل علي تكاليف الفرصة المضاعة بالنسبة للآلة س_٢. وبإتباع نفس الطريقة بالنسبة للصفين س_٣، س_٤؛ فإننا نحصل علي تكاليف الفرصة المضاعة لكل من الآلة س_٣ والآلة س_٤. وبالإضافة إلي تكاليف الفرصة المضاعة لكل آلة فإنه توجد تكاليف فرصة مضاعة لكل أمر تشغيل، حيث يمكن -علي سبيل المثال- تعيين أمر التشغيل ص_١ للآلة س_١ أو س_٢ أو س_٣ أو س_٤. فإذا قمنا بتعيين أمر التشغيل ص_١ لأي آلة من الآلات س_٢ أو س_٣ أو س_٤؛ فإنه توجد تكاليف فرصة مضاعة مرتبطة بهذا القرار. فتعيين أمر التشغيل ص_١ لأي آلة من الآلات الثلاثة السابقة يتكلف ٦ ألف جنيه، بينما تعيين هذا الأمر للآلة س_١ يتكلف ٧ آلاف جنيه فقط، إذن تكلفة الفرصة المضاعة الناتجة من تعيين أمر التشغيل ص_١ لأي آلة من الآلات س_٢ أو س_٣ أو س_٤ تبلغ ٩ آلاف جنيه (١٦ - ٧) وتكلفة الفرصة المضاعة المرتبطة بتعيين هذا الأمر للآلة س_١ صفر حيث أن هذا هو أفضل تعيين لأمر التشغيل ص_١ (عمود ص_١) وعلي ذلك يمكن حساب تكاليف الفرصة المضاعة لكل أمر تشغيل (أي لكل عمود) بطرح أقل رقم تكلفة في العمود من كل رقم من أرقام التكاليف الموجودة في هذا العمود.

وفي ضوء المناقشة السابقة لتكاليف الفرصة المضاعة فإن الخطوة الأولى في طريقة التعيين (الخاصة بإعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة) تتم علي مرحلتين علي النحو التالي:

١- تحديد أقل رقم تكلفة في كل صف من صفوف الجدول الأصلي للتكاليف وطرحه من كل رقم من أرقام التكلفة الموجودة في ذلك الصف (ملاحظة يمكن البدء بالأعمدة)، فتكون المصفوفة كما يلي بجدول رقم (١/٢):

جدول رقم (١/٢)

الآلة \ أمر التشغيل	ص _١	ص _٢	ص _٣	ص _٤
س _١	صفر	٢	١	٦
س _٢	٥	٥	٤	صفر
س _٣	٦	٩	صفر	٥
س _٤	٢	٣	صفر	٢

وتوضح المصفوفة السابقة تكاليف الفرصة المضاعة لكل آلة من الآلات.

٢- تحديد أقل قيمة في كل عمود في المصفوفة السابقة التي تم التوصل إليها في المرحلة (١) وطرحها من كل قيم ذلك العمود. والمصفوفة الموضحة بجدول رقم (٢/٢) تتضمن نتائج هذه العملية، وهذه المصفوفة تمثل مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الكلية حيث تتضمن تكاليف الفرصة المضاعة لكل آلة وتكاليف الفرصة المضاعة لكل أمر تشغيل.

جدول رقم (٢/٢)

مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الكلية

ص٤	ص٣	ص٢	ص١	الآلة أمر التشغيل
٦	١	صفر	صفر	س١
صفر	٤	٣	٥	س٢
٥	صفر	٧	٦	س٣
٢	صفر	١	٢	س٤

ثانياً: اختبار المثالية:

إن ظهور الرقم صفر في أي خلية من خلايا مصفوفة تكلفة الفرصة المضاعة الكلية السابقة بجدول رقم (٢/٢) يعني انعدام تكلفة الفرصة المضاعة بالنسبة للتعين (التخصيص) الذي تعبر عنه تلك الخلية. الأمر الذي يعني أن التعيين (التخصيص) الذي يتم عن طريق هذه الخلية الصفيرية هو تعيين (تخصيص) أمثل. ولما كانت كل خلية في المصفوفة إنما تعبر عن تعيين (تخصيص) محدد بين أمر تشغيل محدد وبين آلة معينة لإنجازه، لذلك فإن الخلايا الصفيرية تحدد لنا صور التعيين التي يمكن أن تتم بدون تكلفة فرصة مضاعة.

هذا، ويتم التوصل إلى الحل الأمثل في برنامج التعيين إذا توفر في مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة عدد من الخلايا الصفيرية المستقلة مساوياً لعدد الصفوف أو عدد الأعمدة بحيث يكون مجموع تكاليف الفرصة من استخدام هذه الخلايا في برنامج التعيين مساوياً للصفر. بعبارة أخرى، يتم التوصل إلى الحل الأمثل في برنامج التعيين إذا ما استطعنا أتمام كل التعيينات المطلوبة في المشكلة من خلال خلايا صفيرية. أما إذا كانت الخلايا الصفيرية التي تتضمنها مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة تعطي

تعيينات أقل من عدد التعيينات المطلوبة في المشكلة فإن هذا يعني أننا لم نصل بعد إلى الحل الأمثل، ومن ثم يجب تحسين الحل لإضافة خلايا صفرية جديدة تمكن من إجراء عدد من التعيينات يساوي عدد التعيينات المطلوبة لحل المشكلة.

ويلاحظ في مثالنا الحالي أن حل مشكلة التعيين يتطلب وجود أربع خلايا صفرية مستقلة مختلفة (حيث أن عدد التعيينات المطلوبة لحل المشكلة يساوي عدد الصفوف أو عدد الأعمدة؛ أي يساوي أربعة) وذلك حتى يمكن التأكد من الوصول للحل الأمثل. وتتضمن مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة السابقة بجدول رقم (٢/٢) علي خمس خلايا صفرية.

ومن ثم يكون السؤال: هل هناك أربعة من هذه الخلايا الخمسة يمكن وصفها بأنها مستقلة؟

هذا، ويتم تحديد عدد الخلايا الصفرية المستقلة في نموذج التعيين عن طريق رسم أقل عدد ممكن من الخطوط يمر بكل الخلايا الصفرية في مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة فيكون هذا العدد من الخطوط ممثلاً لعدد الخلايا الصفرية المستقلة. وفي ضوء ذلك إذا كان أقل عدد ممكن من الخطوط يساوي عدد الصفوف أو عدد الأعمدة يكون الحل أمثل.

ويوضح جدول رقم (٣/٢) مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بعد رسم الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية.

جدول رقم (٣/٢)

اختبار مثالية برنامج التعيين الأول

الآلة / أمر التشغيل	ص ١	ص ٢	ص ٣	ص ٤
س ١	صفر	صفر	١	٦
س ٢	٥	٣	٤	صفر
س ٣	٦	٧	صفر	٥
س ٤	٢	١	صفر	٢

ويتضح من جدول اختبار المثالية السابق رقم (٣/٢) أن أقل عدد ممكن من الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية يساوي ثلاثة خطوط، ويعني ذلك أنه لا يمكن تحديد أكثر من ثلاثة خلايا صفرية مستقلة في هذا الجدول. وهذا العدد يقل عن عدد

الصفوف أو عدد الأعمدة في مشكلة التعيين الحالية (٤ صفوف و ٤ أعمدة)، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

ثالثاً: تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية:

يتم تحسين الحل من خلال تعديل مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بهدف توفير خلية أو خلايا صفرية مستقلة جديدة، ويتم ذلك على النحو التالي:

١. اختيار أقل قيمة بالخلايا التي لم يمر عليها خط في مصفوفة تكاليف الفرصة

المضاعة وطرح هذه القيمة من كل قيم الخلايا التي لم يتم تغطيتها بخطوط (أي الخلايا غير المغطاة).

٢. إضافة نفس القيمة التي تم اختيارها في الخطوة السابقة إلى قيم جميع الخلايا التي يتقاطع عندها أي خطين من الخطوط التي تم رسمها من قبل.

٣. تظل قيم باقي الخلايا الأخرى (أي الخلايا المغطاة بخطوط ولكن لا تقع عند تقاطع الخطوط) كما هي بدون تغيير.

وبتطبيق هذه الخطوات على مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة السابقة بجدول

رقم (٣/٢) يتضح وجود ستة خلايا لم يمر عليها خطوط وهي الخلايا س٢ ص١، س١ ص٢، س٢ ص٣، س٣ ص٢، س٤ ص١، س٤ ص٢ وأقل قيمة في هذه الخلايا تساوي واحد وتقع في الخلية س٤ ص٢، وي طرح هذه القيمة من قيم كل الخلايا الستة السابقة وإضافة نفس هذه القيمة إلى قيم الخلايا الواقعة عند تقاطع الخطوط (أي الخليتين س١ ص٣، س١ ص٤)، تنتج مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة المعدلة الموضحة بجدول رقم (٤/٢).

جدول رقم (٤/٢)

مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة المعدلة

الآلة	أمر التشغيل	ص١	ص٢	ص٣	ص٤
س١		صفر	صفر	٧	٧
س٢		٤	٢	٤	صفر
س٣		٥	٦	صفر	٥
س٤		١	صفر	صفر	٢

ويلاحظ أن مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة المعدلة بجدول رقم (٤/٢)

تحتوي على أربع خطوط تمر بالخلايا الصفرية. ويعني ذلك وجود أربعة خلايا صفرية

مستقلة في هذه المصفوفة ومن ثم فإننا نكون قد وصلنا إلي الحل الأمثل الذي يحقق أقل تكاليف ممكنة، أي يمكن تعيين الآلات لأوامر التشغيل دون تحمل تكلفة فرصة مضاعفة؛ وفي عبارة أخرى يكون مجموع تكاليف الفرصة المضاعفة يساوي صفراً.

رابعاً: تحديد برنامج التعيين الأمثل وحساب التكاليف:

لتحديد برنامج التعيين الأمثل يتم البحث عن الخلية الصفرية التي تكون وحيدة في صفها أو في عمودها ويتم تعيين الآلة لأمر التشغيل الذي يتقابل معها عند هذه الخلية الصفرية، ثم يتم حذف الصف (الممثل للآلة) والعمود (الممثل لأمر التشغيل) اللذين يتقابلان عند هذه الخلية الصفرية، بعد ذلك يتم البحث عن خلية صفرية أخرى تكون هي الوحيدة في صفها أو في عمودها ويتم تعيين الآلة لأمر التشغيل الذي يتقابل معها عند هذه الخلية الصفرية، وهكذا حتى يتم تعيين جميع الآلات لجميع أوامر التشغيل.

وبالتطبيق علي المصفوفة السابقة بجدول رقم (٤/٢) يكون التعيين علي النحو

التالي:

١- يلاحظ من جدول رقم (٤/٢) أن عمود ص_١ يحتوي علي خلية صفرية وحيدة وهي الخلية س_١ ص_١ والتي يتلاقى عندها صف الآلة س_١ مع عمود أمر التشغيل ص_١ لذلك يتم تعيين الآلة س_١ لأمر التشغيل ص_١ واستبعاد الصف الممثل للآلة س_١ والعمود الممثل للأمر ص_١، وبناء عليه تصبح المصفوفة كما يلي:

الآلة	أمر التشغيل	ص _٢	ص _٣	ص _٤
س _٢		٢	٤	صفر
س _٣		٦	صفر	٥
س _٤		صفر	صفر	٢

٢- يلاحظ من المصفوفة السابقة الناتجة أن صف س_٢ يحتوي علي خلية صفرية وحيدة وهي الخلية س_٢ ص_٢ والتي يتلاقى عندها صف الآلة س_٢ مع عمود أمر التشغيل ص_٢ لذلك يتم تعيين الآلة س_٢ لأمر التشغيل ص_٢ واستبعاد الصف الممثل للآلة س_٢ والعمود الممثل للأمر ص_٢، وبناء عليه تصبح المصفوفة كما يلي:

الآلة	أمر التشغيل	ص _٢	ص _٣
س _٣		٦	صفر
س _٤		صفر	صفر

٣- يتضح من المصفوفة الجديدة السابقة أن صف س٣ يحتوي علي خلية صفرية وحيدة وهي الخلية س٣ ص٣ والتي يتلاقى عندها صف الآلة س٣ مع عمود أمر التشغيل س٣ لذلك يتم تعيين الآلة س٣ لأمر التشغيل ص٣ واستبعاد الصف الممثل للآلة س٣ والعمود الممثل للأمر ص٣، وبناء عليه تصبح المصفوفة كما يلي:

الآلة	أمر التشغيل
س٣	ص٣
س٤	صفر

٤- يتضح من المصفوفة الأخيرة أن صف س٤ يحتوي علي خلية صفرية وحيدة وهي الخلية س٤ ص٢ والتي يتلاقى عندها صف الآلة س٤ مع عمود أمر التشغيل ص٢ لذلك يتم تعيين الآلة س٤ لأمر التشغيل ص٢.

ولحساب تكلفة برنامج التعيين الأمثل يتم الرجوع إلي المصفوفة الأصلية وحساب التكاليف الكلية وفقا للتعيين الذي تم إجراءه، وبذلك يكون برنامج التعيين الأمثل كما يلي:

- تعيين الآلة س١ لأمر التشغيل ص١ بتكلفة ٧ آلاف جنيه.
 - تعيين الآلة س٢ لأمر التشغيل ص٤ بتكلفة ١١ ألف جنيه.
 - تعيين الآلة س٣ لأمر التشغيل ص٣ بتكلفة ١٠ آلاف جنيه.
 - تعيين الآلة س٤ لأمر التشغيل ص٢ بتكلفة ١٧ ألف جنيه.
- التكلفة الكلية لبرنامج التعيين الأمثل ٤٥ ألف جنيه.

طريقة التعيين وتعظيم الأرباح:

تم تصميم نموذج التعيين بهدف تخفيض التكاليف أو الوقت إلي أدنى حد ممكن، ومع ذلك قد يكون هدف متخذ قرار التعيين (التخصيص) هو تعظيم الأرباح، كأن يرغب في تخصيص رجال البيع على المناطق البيعية بهدف تعظيم الأرباح. في هذه الحالة يتم تطبيق نفس خطوات نموذج التعيين السابق تناولها في حالة تخفيض التكاليف ولكن مع تعديل طفيف لكي تتناسب غرض التعظيم. حيث يتم أولاً إعداد مصفوفة الأرباح وبعد ذلك نطرح ربح كل خلية من رقم الريح الأكبر في الصف (أو العمود) بالمصفوفة. الأمر الذي سيؤدي إلي تحويل المصفوفة إلي مصفوفة لتكلفة الفرصة المضاعة. ومن ثم تستكمل باقي الخطوات كما سبق في حالة تخفيض التكاليف.

هذا، ونتناول فيما يلي شرح وتوضيح تفاصيل خطوات تطبيق نموذج التعيين بالتطبيق علي إحدى مشاكل التعيين عندما يكون الهدف هو تعظيم الأرباح وذلك من خلال المثال الإيضاحي التالي:

مثال:

تقوم إحدى المنشآت الصناعية بتسويق إنتاجها في أربع مناطق بيعية مختلفة، بواسطة أربعة من رجال البيع. وعلي ضوء بيانات الأداء في الماضي ودراسة مدير إدارة التسويق بالمنشأة بكفاءة وخبرة هؤلاء الأفراد، أمكن توفير البيانات التالية عن الأرباح (بالألف جنيه) التي يتوقع أن يحققها كل منهم في كل منطقة من المناطق البيعية المختلفة:

المناطق البيعية				رجال البيع
الوجه القبلي	الوجه البحري	منطقة القناة	القاهرة الكبرى	
٦	١٢	١٠	٨	حسن
٧	١٠ -	٨	١٠	حسين
٧	٩	٨	١٢	حسنين
١٢	٧	١١	٨	حسونة

وترغب إدارة المنشأة في معرفة البرنامج الأمثل لتعيين رجال البيع علي هذه المناطق البيعية والذي يحقق للمنشأة أقصى أرباح ممكنة.

يمكن استخدام نموذج التعيين لتخصيص رجال البيع لمناطق التوزيع بشكل يحقق أقصى أرباح ممكنة. وفي هذه الحالة تتبع نفس الخطوات السابق تناولها في حالة تخفيض التكاليف مع فارق أساسي يتمثل في ارتكاز مشكلة تعظيم الأرباح على مفهوم الأرباح الضائعة بدلاً من مفهوم تكلفة الفرصة المضاعة الذي ترتكز عليه مشكلة تخفيض التكاليف. وعلى ذلك، تتبع الخطوات التالية لتخصيص رجال البيع لمناطق التوزيع بشكل يحقق للمنشأة أقصى أرباح ممكنة:

أولاً: إعداد مصفوفة الأرباح الضائعة:

تتضمن هذه المصفوفة الأرباح الضائعة والتي تتمثل في هذه الحالة في مقدار الربح الذي يضيع علي المنشأة نتيجة عدم وضع رجل البيع المناسب في المنطقة البيعية المناسبة، ويتم إعداد هذه المصفوفة علي مرحلتين علي النحو التالي:

١- طرح كل رقم من أرقام الأرباح الموجودة في كل صف من صفوف الجدول الأصلي للأرباح من أكبر رقم ربح في ذلك الصف (ملاحظة يمكن البدء بالأعمدة)، فتكون المصفوفة كما هو موضح بجدول رقم (٥/٢) التالي:

جدول رقم (٥/٢)

الوجه القبلي	الوجه البحري	منطقة القناة	القاهرة الكبرى	المنطقة رجل البيع
٦	صفر	٢	٤	حسن
٣	٢٠	٢	صفر	حسين
٥	٣	٤	صفر	حسنين
صفر	٥	١	٤	حسونة

توضح المصفوفة التي يتضمنها الجدول السابق الأرباح الضائعة بالنسبة لكل رجل من رجال البيع. فعلى سبيل المثال، إذا اتخذ مدير التسويق قرار بتعيين رجل البيع (حسن) لمنطقة القاهرة الكبرى فإن هذا من شأنه أن يلغى تعيينه لمنطقة الوجه البحري تطبيقاً للقيد المفروض بأنه يمكن تعيين فرد واحد فقط لمنطقة واحدة فقط. وعلى ذلك، فإن الأرباح الضائعة التي تترتب على هذا القرار تقدر بمبلغ ٤ آلاف جنيه (١٢ - ٨). وأيضاً فإن قرار تعيين رجل البيع (حسن) لمنطقة القناة يترتب عليه أرباح ضائعة قدرها ألفان جنيه، كما أن قرار تعيين رجل البيع (حسن) لمنطقة الوجه القبلي يترتب عليه أرباح ضائعة قدرها ٦ آلاف جنيه.

وهكذا يتضح أن قرار تعيين رجل البيع (حسن) لمنطقة الوجه البحري هو القرار الأفضل لأن الأرباح الضائعة التي تترتب على هذا القرار تساوي صفر. وبالمثل فإن قرار تعيين رجل البيع (حسين) لمنطقة القاهرة الكبرى، ورجل البيع (حسنين) لمنطقة القاهرة الكبرى، ورجل البيع (حسونة) لمنطقة الوجه القبلي هو القرار الأفضل لأن الأرباح الضائعة التي تترتب على هذا القرار تساوي صفر. غير أن هذا القرار، وإن كان يعد أفضل بالنسبة لكل تخصيص (رجل بيع/ منطقة توزيع) على حده، فإنه لا يعد كذلك بالنسبة للمنشأة ككل. ويرجع ذلك إلى أنه لا يمكن تخصيص كلاً من رجلي البيع (حسين)، (حسنين) لمنطقة القاهرة الكبرى، وترك منطقة القناة بدون رجل بيع لأن ذلك يعد إخلالاً بالقيد الذي يقوم عليه نموذج التعيين وهو ضرورة

تعيين فرد واحد فقط لمنطقة توزيع واحدة. وعلى ذلك، فإن الحل الذي يتضمنه الجدول رقم (٥/٢) ليس هو الحل الأمثل، وبالتالي يتعين الانتقال إلى حل جديد.

٢- تحديد أقل قيمة في كل عمود في المصفوفة السابقة التي تم التوصل إليها في المرحلة (١) وطرحها من كل قيم ذلك العمود. فتكون مصفوفة الأرباح الضائعة الكلية؛ أي المرتبطة برجال البيع ومناطق التوزيع معاً كما، هو موضح بجدول رقم (٦/٢) التالي:

جدول رقم (٦/٢)

مصفوفة الأرباح الضائعة الكلية

الوجه القبلي	الوجه البحري	منطقة القناة	القاهرة الكبرى	المنطقة / رجل البيع
٦	صفر	١	٤	حسن
٣	٢٠	١	صفر	حسين
٥	٣	٣	صفر	حسنين
صفر	٥	صفر	٤	حسونة

ثانياً: اختبار المثالية:

يتطلب الحل الأمثل في هذا المثال ضرورة وجود أربع خلايا صفرية مستقلة على الأقل، وهو ما يتساوى مع عدد الأعمدة أو عدد الصفوف. وكما أوضحنا من قبل، يمكن تحديد الخلايا الصفرية المستقلة عن طريق رسم أقل عدد من الخطوط الرأسية (على الأعمدة) والأفقية (على الصفوف) لتغطية الخلايا الصفرية بالجدول رقم (٦ / ٢). فإذا كان عدد الخطوط التي تم رسمها مساوياً لعدد الأعمدة أو لعدد الصفوف في الجدول، فأنا نكون قد توصلنا إلى الحل الأمثل، لأنه يمكن في هذه الحالة المقابلة بين رجال البيع ومناطق التوزيع عند مستوى أرباح ضائعة قدرها صفر. ويوضح جدول رقم (٧/٢) مصفوفة الأرباح الضائعة بعد رسم أقل عدد من الخطوط التي تغطي الخلايا الصفرية.

جدول رقم (٧/٢)

اختبار مثالية برنامج التعيين الأول

الوجه القبلي	الوجه البحري	منطقة القناة	القاهرة الكبرى	المنطقة رجل البيع
٦	صفر	١	٤	حسن
٣	٢٠	١	صفر	حسين
٥	٣	٣	صفر	حسنين
صفر	٥	صفر	٤	حسونة

ويتضح من جدول اختبار المثالية السابق رقم (٧-٢) أن أقل عدد ممكن من الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية ٣ خطوط فقط، ويعني ذلك أنه لا يمكن تحديد أكثر من ثلاثة خلايا صفرية مستقلة في هذا الجدول. وهذا العدد يقل عن عدد الصفوف أو عدد الأعمدة في مشكلة التعيين الحالية (٤ صفوف و ٤ أعمدة)، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

ثالثاً: تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية:

- يتم تحسين الحل من خلال تعديل مصفوفة الأرباح الضائعة بهدف توفير خلية أو خلايا صفرية مستقلة جديدة، ويتم ذلك علي النحو التالي:
- ١- اختيار أقل قيمة بالخلايا التي لم يمر عليها خط في مصفوفة الأرباح الضائعة وطرح هذه القيمة من كل قيم الخلايا التي لم يتم تغطيتها بخطوط (أي الخلايا غير المغطاة).
 - ٢- إضافة نفس القيمة التي تم اختيارها في الخطوة السابقة إلي قيم جميع الخلايا التي يتقاطع عندها أي خطين من الخطوط التي تم رسمها من قبل.
 - ٣- تظل قيم باقي الخلايا الأخرى (أي الخلايا المغطاة بخطوط ولكن لا تقع عند تقاطع الخطوط) كما هي بدون تغيير.

وبتطبيق هذه الخطوات علي مصفوفة الأرباح الضائعة السابقة بجدول رقم (٧/٢) يتضح وجود ستة خلايا لم تغطي بخطوط وأقل قيمة في هذه الخلايا تساوي واحد وتقع في الخلية، وبطرح هذه القيمة من قيم كل الخلايا الستة السابقة وإضافة

نفس هذه القيمة إلي قيم الخلايا الواقعة عند تقاطع الخطوط، تنتج مصفوفة الأرباح الضائعة المعدلة الموضحة بجدول رقم (٨/٢).

جدول رقم (٨/٢)

مصفوفة الأرباح الضائعة المعدلة

الوجه القبلي	الوجه البحري	منطقة القناة	القاهرة الكبرى	المنطقة
٥	صفر	صفر	٤	رجل البيع حسن
٢	٢٠	صفر	صفر	حسين
٤	٣	٢	صفر	حسنين
صفر	١	صفر	٥	حسونة

ويلاحظ أن مصفوفة الأرباح الضائعة المعدلة بجدول رقم (٨/٢) تحتوي علي أربع خطوط تغطي الخلايا الصفرية. ويعني ذلك وجود أربعة خلايا صفرية مستقلة في هذه المصفوفة ومن ثم فإننا نكون قد وصلنا إلي الحل الأمثل الذي يحقق أقصى أرباح ممكنة، أي يمكن تعيين رجال البيع للمناطق البيعية مع عدم وجود أي أرباح ضائعة؛ وفي عبارة أخرى يكون مجموع الأرباح الضائعة يساوي صفر.

رابعا: تحديد برنامج التعيين الأمثل وحساب الأرباح:

يتطلب تحديد برنامج التعيين الأمثل البحث في مصفوفة الأرباح الضائعة جدول رقم (٨/٢) عن صف أو عمود يحتوي على خلية صفرية وحيدة، حيث تتم المقابلة بين رجل البيع والمنطقة البيعية المقابلين لهذه الخلية، ثم يجري حذف الصف والعمود اللذان يتقاطعان عند هذه الخلية. وتكرر هذه الخطوة حتى تتم المقابلة الكاملة بين جميع رجال البيع ومناطق البيع. وينتج عن هذه الخطوة الوصول إلى برنامج التعيين الأمثل وأرباحه كما يلي:

- تعيين رجل البيع حسن لمنطقة الوجه البحري وتحقيق ربح ١٢ ألف ج.
 - تعيين رجل البيع حسين لمنطقة القناة وتحقيق ربح ٨ آلاف ج.
 - تعيين رجل البيع حسنين لمنطقة القاهرة الكبرى وتحقيق ربح ١٢ ألف ج.
 - تعيين رجل البيع حسونه لمنطقة الوجه القبلي وتحقيق ربح ١٢ ألف ج.
- الأرباح الكلية لبرنامج التعيين الأمثل ٤٤ ألف ج.

وجديد بالذكر أنه إذا كان هناك أحد رجال البيع الذي لا ترغب الإدارة في تعيينه لمنطقة بيعية معينة (وذلك بالنسبة لمشكلة تعظيم الأرباح)، في هذه الحالة يتم وضع قيمة

كبيرة بالسالب في الخلية غير المرغوب فيها (والتي تقع عند تقاطع الصف والعمود الممثلين لرجل البيع والمنطقة البيعية)، نظراً لأن هذه القيمة الكبيرة السالبة لن تصبح صفراً أثناء البحث عن برنامج التعيين الأمثل.

حالات خاصة في مشاكل التعيين:

قد تواجهنا بعض الحالات الخاصة أثناء حل مشاكل التعيين، والتي تتطلب معالجة خاصة. وسوف نتناول بالمناقشة الحالات الأكثر شيوعاً فيما يلي:

١- حالة عدم التوازن:

أن أحد الشروط الواجب توافرها في مشكلة التعيين هو أن يكون عدد الصفوف بمصفوفة التعيين مساوياً لعدد الأعمدة (مصفوفة مربعة)؛ أي أن عدد الموارد المطلوب تخصيصها مساوياً لعدد الاستخدامات أو المهام المطلوب تخصيصها لها. ولكن قد يحدث في كثير من الأحيان أن لا يتساوى عدد الموارد المطلوب تخصيصها مع عدد الاستخدامات أو المهام المطلوب تخصيصها لها مما يستلزم استبعاد أحدهم، ومن أجل موازنة المشكلة وجعلها منطبقة مع النموذج العام لمشكلة التعيين يتم معالجة هذه الحالة بأن نضيف صف أو عمود وهمي (صوري) إلي الصفوف أو الأعمدة الناقصة، علي أن تكون جميع عناصر هذا الصف أو العمود الوهمي أصفاراً. وبعدئذ نقوم بالحل وفق الخطوات الاعتيادية السابقة التي اعتمدت في حل الأمثلة التي تم تناولها في هذا الفصل.

٢- حالة تعدد الحلول المثلي:

ليس هناك إشارة واضحة بأنه ستوجد حلول مثلي متعددة عند محاولة حل مشكلة تعيين معينة. لكن الطريقة الوحيدة التي يمكن أن يكتشف بها ذلك إذا ما أمكنك إيجاد برنامجين أو أكثر للتعيين في المصفوفة النهائية. إن أحد العادات الجيدة للتطوير أن تبحث دائماً عن برنامج أمثل بديل للتعيين؛ أي عدم الاكتفاء ببرنامج أمثل واحد فقط. لاشك أن هذه الحلول المثلي الإضافية توفر مرونة أكبر للإدارة في اتخاذ القرارات.

٣- التعيينات المحظورة (غير المرغوب في استخدامها):

بافتراض أن بعض التعيينات تعتبر ممنوعة أو غير صالحة للاستخدام لسبب ما. يمكن علاج هذه المشكلة بوضع قيم متناهية في الكبر لتكاليف هذه التعيينات (+ م) لأن هذه القيم الكبيرة لن تصبح صفراً في مصفوفة تكاليف الفرصة وبالتالي تستبعد هذه البدائل عند الاختيار. الأمر الذي يضمن أن هذه التعيينات لن تكون في الحل النهائي.

تمارين علي الفصل الثاني

تمرين (١)

تمتلك إحدى المنشآت الصناعية خمس آلات (س١، س٢، س٣، س٤، س٥) في أحد الأقسام الإنتاجية تستطيع كل آلة أن تصنع أي أمر من أوامر التشغيل (ص١، ص٢، ص٣، ص٤، ص٥) الموكل بتصنيعها لإدارة هذا القسم الإنتاجي ولكن بتكاليف إنتاج مختلفة، ويوضح الجدول التالي التكاليف المتوقعة لإتمام كل أمر من هذه الأوامر علي الآلات المذكورة (بالألف جنيه):

أوامر التشغيل (الاستخدامات)					الآلات (الموارد)
ص٥	ص٤	ص٣	ص٢	ص١	
٤	١	٥	٣	٢	س١
٤	٨	٥	٣	١	س٢
٣	٨	٦	٧	١	س٣
٤	١	٤	٣	١	س٤
٢	١	٢	١	٧	س٥

المطلوب: تحديد برنامج التعيين الأمثل الذي يخفض تكاليف إنتاج أوامر التشغيل إلي أقل حد ممكن.

الحل

الخطوة الأولى: إعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة: يتم علي مرحلتين علي النحو التالي:

١- تحديد أقل تكلفة في كل صف من صفوف الجدول الأصلي للتكاليف وطرحها من كل تكلفة موجودة في ذلك الصف (ملاحظة يمكن البدء بالأعمدة)، فتكون المصفوفة كما يلي:

الآلة	أمر التشغيل				
	ص٥	ص٤	ص٣	ص٢	ص١
س١	٣	صفر	٤	٢	١
س٢	٣	٧	٤	٢	صفر
س٣	٢	٧	٥	٦	صفر
س٤	٣	صفر	٣	٢	صفر
س٥	١	صفر	١	صفر	٦

٢- تحديد أقل قيمة في كل عمود في المصفوفة السابقة وطرحها من قيم ذلك العمود، للوصول إلي مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الكلية التالية:

ص ٥	ص ٤	ص ٣	ص ٢	ص ١	أمر التشغيل	الآلة
٢	صفر	٣	٢	١		١س
٢	٧	٣	٢	صفر		٢س
١	٧	٤	٦	صفر		٣س
٢	صفر	٢	٢	صفر		٤س
صفر	صفر	صفر	صفر	٦		٥س

الخطوة الثانية : اختبار المثالية :

رسم أقل عدد ممكن من الخطوط يغطي الخلايا الصفرية في مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة. بحيث إذا كان أقل عدد ممكن من الخطوط = عدد الصفوف أو عدد الأعمدة يكون الحل أمثل. وفيما يلي مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بعد رسم الخطوط التي تغطي الخلايا الصفرية .

ص ٥	ص ٤	ص ٣	ص ٢	ص ١	أمر التشغيل	الآلة
٢	صفر	٣	٢	١		١س
٢	٧	٣	٢	صفر		٢س
١	٧	٤	٦	صفر		٣س
٢	صفر	٢	٢	صفر		٤س
صفر	صفر	صفر	صفر	٦		٥س

يلاحظ أن أقل عدد ممكن من الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية ٣ خطوط فقط. وهذا العدد يقل عن خمسة (عدد الصفوف أو الأعمدة) ، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

الخطوة الثالثة : تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية:

يتم تحسين الحل من خلال تعديل مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بهدف توفير خلية أو خلايا صفرية مستقلة جديدة، ويتم ذلك علي النحو التالي: اختيار أقل قيمة بالخلايا غير المغطاة بخطوط وطرحها من كل قيم الخلايا الغير مغطاة، ثم إضافتها علي قيم جميع الخلايا التي عند تقاطع أي خطين. أما قيم باقي الخلايا

الأخرى فتظل كما هي بدون تغيير. وبتطبيق ذلك ، تنتج مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعفة المعدلة التالية:

الآلة	أمر التشغيل	ص ١	ص ٢	ص ٣	ص ٤	ص ٥
س ١		١	١	٢	صفر	١
س ٢		صفر	١	٢	٧	١
س ٣		صفر	٥	٣	٧	صفر
س ٤		صفر	١	١	صفر	١
س ٥		٧	صفر	صفر	١	صفر

ويتضح أيضاً أن أقل عدد ممكن من الخطوط التي تمر بالخلايا الصفيرية ٤ خطوط فقط. وهذا العدد يقل عن خمسة، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

الخطوة الرابعة : تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية:

يتم تحسين الحل السابق لنتج مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعفة المعدلة التالية:

الآلة	أمر التشغيل	ص ١	ص ٢	ص ٣	ص ٤	ص ٥
س ١		١	صفر	١	صفر	١
س ٢		صفر	صفر	١	٧	١
س ٣		صفر	٤	٢	٧	صفر
س ٤		صفر	صفر	صفر	صفر	١
س ٥		٨	صفر	صفر	٢	١

المصفوفة السابقة تحتوي علي خمس خطوط تغطي الخلايا الصفيرية. وبالتالي نكون قد وصلنا للحل الأمثل الذي يحقق أقل تكاليف ممكنة من تعيين الآلات لأوامر التشغيل وبحيث يكون مجموع تكاليف الفرصة المضاعفة يساوي صفرًا.

الخطوة الرابعة : تحديد برنامج التعيين الأمثل وحساب التكاليف :

يتم البحث عن خمس خلايا صفيرية من المصفوفة السابقة التي تمثل الحل الأمثل بشرط ألا تشترك أي خلية من الخلايا التي تم اختيارها مع باقي الخلايا الأخرى المختارة لا في الصف ولا في العمود. وبالنسبة لكل خلية صفيرية مختارة يتم تعيين الآلة للأمر الذي يتقابل معها عند هذه الخلية الصفيرية. وبالتطبيق علي

مصفوفة الحل الأمثل يمكن اختيار الخلايا الصفرية التالية: س ١ ص ٢، س ٢ ص ١، س ٣ ص ٥، س ٤ ص ٤، س ٥ ص ٣. وبذلك يكون برنامج التعيين الأمثل كما يلي:

- تعيين الآلة س ١ لأمر التشغيل ص ٢ بتكلفة ٣ آلاف جنيه.
 - تعيين الآلة س ٢ لأمر التشغيل ص ١ بتكلفة ١ ألف جنيه.
 - تعيين الآلة س ٣ لأمر التشغيل ص ٥ بتكلفة ٣ آلاف جنيه.
 - تعيين الآلة س ٤ لأمر التشغيل ص ٤ بتكلفة ١ ألف جنيه.
 - تعيين الآلة س ٥ لأمر التشغيل ص ٣ بتكلفة ٢ آلاف جنيه.
- التكلفة الكلية لبرنامج التعيين الأمثل ١٠ آلاف جنيه.

تمرين رقم (٢)

يعمل بقسم الصيانة بكلية التجارة جامعة القاهرة ثلاثة عمال (سعد، سعيد، سعدون)، ولدي القسم ثلاثة أعمال غير مخصصة (ص ١، ص ٢، ص ٣). ويوضح الجدول التالي البدائل المتاحة أمام رئيس قسم الصيانة لتخصيص هذه الأعمال ووقت انجازها بالساعات من قبل كل عامل من العمال الثلاثة بالقسم :

العمال	الأعمال	ص ١	ص ٢	ص ٣
سعد		٢٢	٢٤	٣٤
سعيد		١٤	٢٢	٤٠
سعدون		١٠	١٦	٣٢

المطلوب : إيجاد برنامج التخصيص الأمثل الذي ينتج عنه أقل وقت ممكن لأداء الأعمال الثلاثة بقسم الصيانة .

الحل

الخطوة الأولى : إعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة :

١- تحديد أقل قيمة في كل صف من صفوف الجدول الأصلي للمشكلة وطرحها من كل قيم الصف، فتكون المصفوفة كما يلي:

العمال	الأعمال	ص ١	ص ٢	ص ٣
سعد		صفر	٢	١٢
سعيد		صفر	٨	٢٦
سعدون		صفر	٦	٢٢

٢- تحديد أقل قيمة في كل عمود في المصفوفة السابقة وطرحها من قيم ذلك العمود. للوصول إلي مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الكلية كما يلي :

العمال	الأعمال	ص١	ص٢	ص٣
سعد		صفر	صفر	صفر
سعيد		صفر	٦	١٤
سعدون		صفر	٤	١٠

الخطوة الثانية : اختبار المثالية :

رسم أقل عدد ممكن من الخطوط يمر بكل الخلايا الصفرية في مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بالجدول السابق. وإذا كان أقل عدد ممكن من الخطوط يساوي عدد الصفوف أو عدد الأعمدة أي يساوي ثلاثة يكون الحل أمثل. وفيما يلي مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة بعد رسم الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية .

العمال	الأعمال	ص١	ص٢	ص٣
سعد		صفر	صفر	صفر
سعيد		صفر	٦	١٤
سعدون		صفر	٤	١٠

يلاحظ أن أقل عدد ممكن رسمه من الخطوط خطين فقط ، وهذا العدد يقل عن ثلاثة (عدد الصفوف أو عدد الأعمدة)، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

الخطوة الثالثة : تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية :

يتم تحسين الحل من خلال تعديل مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة السابقة ، وتتم هذه العملية عن طريق اختيار أقل قيمة غير مغطاة بخط في المصفوفة وطرحها من كل قيم الخلايا الأخرى الغير مغطاة . ثم إضافة نفس القيمة السابقة علي قيم جميع الخلايا التي عند تقاطع أي خطين .علي أن تظل قيم باقي الخلايا الأخرى كما هي بدون تغيير. وينتج عن ذلك مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة المعدلة التالية :

العمال	الأعمال	ص١	ص٢	ص٣
سعد		٤	صفر	صفر
سعيد		صفر	٢	١٠
سعدون		صفر	صفر	٦

يلاحظ أن المصفوفة المعدلة السابقة تحتوي علي ثلاث خطوط تمر بالخلايا الصفيرية. ويعني ذلك وجود ثلاث خلايا صفيرية مستقلة في هذه المصفوفة وهو يساوي عدد الصفوف أو الأعمدة، وبالتالي نكون وصلنا للحل الأمثل الذي يحقق أقل وقت ممكن.

الخطوة الرابعة : تحديد برنامج التعيين الأمثل وحساب الوقت :

يكون برنامج التعيين الأمثل كما يلي :

- تعيين العامل سعد للقيام بالعمل ص_٣ في وقت قدره ٣٤ ساعة.
 - تعيين العامل سعيد للقيام بالعمل ص_١ في وقت قدره ١٤ ساعة.
 - تعيين العامل سعدون للقيام بالعمل ص_٢ في وقت قدره ١٦ ساعة.
- أقل وقت ممكن لبرنامج التعيين الأمثل ٦٤ ساعة.

تمرين رقم (٣)

ترغب إحدى المنشآت الصناعية العاملة في مجال المنتجات الغذائية في بناء أربعة مخازن بمدينة الإسكندرية، ولقد تعاملت الشركة في الماضي مع خمس شركات للمقاولات تعمل في مجال الإنشاءات، ولما كانت المنشأة الصناعية راضية عن أداء هذه الشركات جميعاً، فقد دعتهم لتقديم عروض لكل عملية من عمليات بناء المخازن، وكانت العروض النهائية التي تقدمت بها شركات المقاولات كالاتي (القيمة بالألف جنيه) :

المخازن	شركات المقاولات	ش _١	ش _٢	ش _٣	ش _٤	ش _٥
١م		٦٥	٦٨	٦٧	٦٣	٦٩
٢م		٧٢	٦٩	٦٩	٧٠	٧٥
٣م		٦٦	٦٥	٦٧	٦٤	٦٨
٤م		٧٥	٧٦	٧٥	٧٧	٧٦

هذا، وترغب المنشأة الصناعية في الانتهاء من بناء هذه المخازن في أسرع وقت ممكن، ولذلك فإنها تتوى إعطاء عملية واحدة على الأكثر لكل شركة يقع عليها الاختيار.

المطلوب: أوجد برنامج التخصيص الأمثل الذي ينتج عنه أقل تكلفة كلية للمنشأة الصناعية في بناء هذه المخازن .



الحل

الخطوة الأولى : إضافة صف صوري (يمثل مخزن وهمي م) حتى يتساوى عدد الصفوف مع عدد الأعمدة، علي أن تكون عناصر هذا الصف الصوري جميعها أصفار وبالتالي تظهر بيانات المشكلة كما يلي:

المخازن	شركات المقاولات	ش ١	ش ٢	ش ٣	ش ٤	ش ٥
١م		٦٥	٦٨	٦٧	٦٣	٦٩
٢م		٧٢	٦٩	٦٩	٧٠	٧٥
٣م		٦٦	٦٥	٦٧	٦٤	٦٨
٤م		٧٥	٧٦	٧٥	٧٧	٧٦
٥م		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

الخطوة الثانية : إعداد مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة :

١- تحديد أقل قيمة في كل صف من صفوف الجدول الأصلي للتكاليف وطرحها من كل القيم الموجودة في ذلك الصف ، فتكون المصفوفة كما يلي :

المخازن	شركات المقاولات	ش ١	ش ٢	ش ٣	ش ٤	ش ٥
١م		٢	٥	٤	صفر	٦
٢م		٣	صفر	صفر	١	٦
٣م		٢	١	٣	صفر	٤
٤م		صفر	١	صفر	٢	١
٥م		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

٢- تحديد أقل قيمة في كل عمود في المصفوفة السابقة وطرحها من قيم ذلك العمود، للوصول إلي مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة الكلية كما يلي :

المخازن	شركات المقاولات	ش ١	ش ٢	ش ٣	ش ٤	ش ٥
١م		٢	٥	٤	صفر	٦
٢م		٣	صفر	صفر	١	٦
٣م		٢	١	٣	صفر	٤
٤م		صفر	١	صفر	٢	١
٥م		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

الخطوة الثالثة : اختبار المثالية :

رسم أقل عدد ممكن من الخطوط يمر بكل الخلايا الصفرية في مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة، وفيما يلي مصفوفة تكاليف الفرصة بعد رسم الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية .

المخازن	شركات المقاولات				
	ش ١	ش ٢	ش ٣	ش ٤	ش ٥
١م	٢	٥	٤	صفر	٦
٢م	٣	صفر	صفر	١	٦
٣م	٢	١	٣	صفر	٤
٤م	صفر	١	صفر	٢	١
٥م	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر

يتضح أن أقل عدد ممكن من الخطوط التي تمر بالخلايا الصفرية أربعة خطوط، وهذا العدد يقل عن خمسة (عدد الصفوف أو الأعمدة)، وبذلك يكون الحل غير أمثل ويجب تحسينه.

الخطوة الرابعة : تحسين الحل وإعادة اختبار المثالية :

اختيار أقل قيمة غير مغطاة بخط في المصفوفة وطرحها من كل قيم الخلايا الأخرى الغير مغطاة. ثم إضافة نفس القيمة السابقة علي قيم جميع الخلايا التي تقع عند تقاطع أي خطين. علي أن تظل قيم باقي الخلايا الأخرى كما هي بدون تغيير. وينتج عن ذلك مصفوفة تكاليف الفرصة المضاعة المعدلة التالية :

المخازن	شركات المقاولات				
	ش ١	ش ٢	ش ٣	ش ٤	ش ٥
١م	١	٤	٣	صفر	٥
٢م	٣	صفر	صفر	٢	٦
٣م	١	صفر	٢	صفر	٣
٤م	صفر	١	صفر	٣	١
٥م	صفر	صفر	صفر	١	صفر

يلاحظ أن المصفوفة المعدلة السابقة تحتوي علي خمسة خطوط تمر بالخلايا الصفرية . وهو يساوي عدد الصفوف أو الأعمدة، وبالتالي نكون قد وصلنا للحل الأمثل.

الخطوة الخامسة: تحديد برنامج التعيين الأمثل وحساب التكلفة :

يتم البحث عن خمس خلايا صفرية من المصفوفة السابقة التي تمثل الحل الأمثل بشرط ألا تشترك أي خلية من الخلايا التي تم اختيارها مع باقي الخلايا الأخرى المختارة لا في الصف ولا في العمود. وبالنسبة لكل خلية صفرية مختارة يتم تخصيص المخزن للشركة التي تتقابل معه عند هذه الخلية الصفرية. وبالتطبيق على مصفوفة الحل الأمثل يمكن اختيار الخلايا الصفرية التالية: م ١ ش ٤ ، م ٢ ش ٢ ، م ٣ ش ٣ ، م ٤ ش ١ ، م ٥ ش ٥ . وتدل الخلية الصفرية م ٥ ش ٥ والتي يتلاقى عندها صف المخزن الوهمي م ٥ مع عمود شركة المقاولات ش ٥ ، ومن ثم عدم إعطاء أي عملية لهذه الشركة ؛ أي عدم قبول العرض المقدم منها. وبذلك يكون برنامج التعيين (التخصيص) الأمثل كما يلي :

- تخصيص المخزن م ١ لشركة المقاولات ش ٤ بتكلفة ٦٣ ألف ج.
 - تخصيص المخزن م ٢ لشركة المقاولات ش ٣ بتكلفة ٦٩ ألف ج.
 - تخصيص المخزن م ٣ لشركة المقاولات ش ٢ بتكلفة ٦٥ ألف ج.
 - تخصيص المخزن م ٤ لشركة المقاولات ش ١ بتكلفة ٧٥ ألف ج.
- ٢٧٢ ألف ج. **التكلفة الكلية لبرنامج التعيين (التخصيص) الأمثل**

تمرين رقم (٤)

موقع على الانترنت يعنى بالراغبين بالزواج حيث تنظم البيانات الخاصة بالشباب والشابات وفق المعايير المطلوبة من قبلهم، يقوم المكتب بإعطاء درجة التوافق بين كل شاب وشابة (درجة السعادة المتوقعة إذا حدث نصيب). بفرض وجود الدرجات التالية عن أربع شباب س ١ ، س ٢ ، س ٣ ، س ٤ ، وأربع شابات ص ١ ، ص ٢ ، ص ٣ ، ص ٤ :

الشباب	الشابات			
	ص ١	ص ٢	ص ٣	ص ٤
س ١	١١	١	٥	٨
س ٢	٩	٩	٨	١
س ٣	١٠	٣	٥	١٠
س ٤	١	١٣	١٢	١١

تهدف المسألة إلى تعيين التوافق الأنسب بين الشباب والشابات بحيث يكون الهدف هو تعظيم مجموع درجات السعادة لكل الأزواج .

المطلوب: وضع المشكلة السابقة كمسألة تخصيص وإيجاد الحل الأمثل للتوفيق بين الأزواج. (لاحظ أن الهدف هو تعظيم القيمة).

تمرين رقم (٥)

ترغب كلية التجارة بجامعة القاهرة في عقد ندوات تثقيفية للطلاب في أربعة مجالات هي المجال الاقتصادي والمجال السياسي والمجال الديني والمجال الثقافي، بحيث تتناول كل ندوة موضوع واحد من هذه الموضوعات الأربعة. ولقد تقرر أن تعقد تلك الندوات مرة كل أسبوع في المساء. ويتطلب جدولة هذه الندوات بذل عناية فائقة من جانب المنظمين لها بحيث يكون عدد الطلاب غير القادرين على الحضور أقل ما يمكن. وتشير الدراسة الدقيقة من قبل المنظمين للندوات إلى أن عدد الطلاب الذين لا يستطيعون الالتحاق بندوة معينة في يوم معين هو كالاتي:

الأيام	الندوة	مجال سياسي	مجال اقتصادي	مجال ديني	مجال ثقافي
السبت	٧٥	٦٠	٩٠	٣٠	
الأحد	٦٠	٤٥	٦٠	٤٥	
الاثنين	٩٠	٣٠	٤٥	٣٠	
الثلاثاء	٤٥	٤٥	٣٠	٤٥	
الأربعاء	١٥	٣٠	١٥	٤٥	

المطلوب: أوجد جدول التعيين الأمثل للندوات على الأيام المختلفة بحيث يكون عدد الطلاب غير القادرين على الحضور أقل ما يُمكن.

إرشادات الحل: أقل عدد من الطلاب لا يمكنه حضور الندوات بالحل الأمثل ١٠٥ طالب.

تمرين رقم (٦)

يوجد لدى أحد الأقسام الإنتاجية بإحدى المنشآت الصناعية ثلاث آلات مختلفة، ويمارس القسم الإنتاجي ثلاث وظائف يمكن تخصيص كل وظيفة منها لآلة واحدة فقط من الآلات الثلاث لأدائها، ويتضمن الجدول التالي البيانات المتعلقة بالوقت اللازم لتثبيت كل وظيفة لكل آلة من الآلات الثلاث (بالساعة):

الوظائف	الآلات	١	٢	٣
أ		٣٠	٥٠	٣٦
ب		٣٤	٤٥	٢٨
ج		٣٥	٣٨	٢٢

المطلوب: إيجاد برنامج التخصيص الأمثل للوظائف، والذي يجعل الوقت الكلي لتثبيت الوظائف للآلات أقل ما يمكن .

إرشادات للحل: (أقل وقت ممكن لتثبيت الوظائف للآلات طبقا للحل الأمثل ٩٦ ساعة).

تمرين رقم (٧)

تقوم إدارة التسويق بشركة النصر للصناعات الالكترونية التي تنتج التلفزيون الملون، الفيديو، الراديو، وأجهزة التسجيل، بتسويق هذه المنتجات من خلال أربعة وكلاء بيع (١، ٢، ٣، و٤). وعلي ضوء تجارب الماضي ودراسة أداء وكلاء البيع في الفترات السابقة أمكن لإدارة التسويق توفير البيانات التالية عن الأرباح (بالجنيه) التي يتوقع أن يحققها كل وكيل بيع من بيع أي وحدة من المنتجات المختلفة:

الوكلاء	المنتجات	التلفزيون	الفيديو	الراديو	التسجيل
١ و		٥٠	٣٠	٢٠	١٠
٢ و		٣٠	٤٠	٢٥	١٥
٣ و		٤٥	١٥	٤٠	٢٥
٤ و		٣٥	٣٥	١٥	٢٠

هذا، وترغب إدارة التسويق أن يتخصص كل وكيل في بيع منتج واحد فقط من منتجات الشركة.

المطلوب : تحديد برنامج التعيين (التخصيص) الأمثل الذي يحقق للشركة أقصى أرباح ممكنة.

إرشادات للحل: أقصى أرباح ممكنة طبقا للحل الأمثل ١٥٠ جنيه.

تمرين رقم (٨)

رغب مدير الإنتاج بإحدى المنشآت الصناعية في تعيين أربعة طرق إنتاجية حديثة لأربعة من آلات الإنتاج، وسوف يؤدي تعيين هذه الطرق الإنتاجية الحديثة إلى زيادة الأرباح بالمبالغ التي تظهر في الجدول التالي (الأرقام بالآلاف جنيه) :

الآلات	الطرق الإنتاجية	أ	ب	ج	د
س		١٠	١٢	١١	٦
ص		١٢	٩	٥	٧
ع		١٤	١١	١٠	٩
ل		١١	١٣	٩	١٢

فإذا علمت أنه يُمكن تعيين طريقة واحدة فقط من الطرق الإنتاجية لكل آلة من الآلات .

فالمطلوب: تحديد برنامج التعيين الأمثل الذي يحقق للمنشأة أقصى أرباح ممكنة .
إرشادات للحل: أقصى أرباح ممكنة طبقا للحل الأمثل ٥٠ ألف جنيه.

تمرين رقم (٩)

تمتلك إحدى المنشآت الصناعية أربع آلات (أ، ب، ج، د) في أحد الأقسام الإنتاجية تستطيع كل آلة أن تصنع أي أمر من أوامر التشغيل (س، ص، ع، ل) الموكل تصنيعها لإدارة هذا القسم الإنتاجي ولكن بتكاليف إنتاج مختلفة، ويوضح الجدول التالي التكاليف المتوقعة لإتمام كل أمر من هذه الأوامر علي الآلات المذكورة (بالآلاف جنيه):

الآلات	أوامر التشغيل	س	ص	ع	ل
أ		١٥	١٨	١٦	١٠
ب		١٤	١٧	١٧	٨
ج		١٥	١٩	٢٣	١٧
ل		٢٠	١٤	١٦	١٧

المطلوب : تحديد برنامج التعيين (التخصيص) الأمثل الذي يخفض تكاليف إنتاج أوامر التشغيل إلي أقل حد ممكن .
إرشادات للحل: أقل تكلفة ممكنة طبقا للحل الأمثل ٥٣ ألف جنيه.

تمرين رقم (١٠)

ترغب إحدى المنشآت الصناعية العاملة في مجال صناعة الأدوات المنزلية في بناء ثلاثة مخازن بمدينة الإسكندرية، ولقد تعاملت المنشأة في الماضي مع أربع شركات لمقاولات تعمل في مجال الإنشاءات، ولما كانت المنشأة الصناعية راضية عن أداء هذه الشركات جميعاً، فقد دعتهم لتقديم عروض لكل عملية من عمليات بناء المخازن، وكانت العروض النهائية التي تقدمت بها شركات المقاولات كآلاتي (القيمة بالآلاف جنيه):

المخازن	شركات المقاولات	١	٢	٣	٤
أ		٥٠	٥٥	٤٨	٥٦
ب		٦٠	٥٨	٦٥	٦٤
ج		٤٠	٤٤	٣٨	٤٢

هذا، وترغب المنشأة الصناعية في الانتهاء من بناء هذه المخازن في أسرع وقت ممكن، ولذلك فإنها تتوى إعطاء عملية واحدة على الأكثر لكل شركة يقع عليها الاختيار.
المطلوب: أوجد برنامج التخصيص الأمثل الذي ينتج عنه أقل تكلفة كلية للمنشأة الصناعية.

الفصل الثالث

تحليل شبكات الأعمال

مقدمة

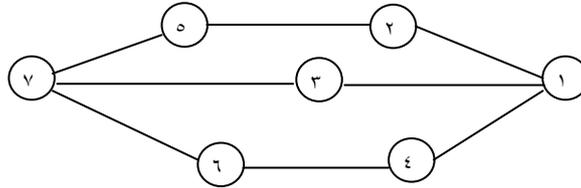
تتسم كثير من المشكلات التي تواجهها في الواقع العملي بالتعقيد الأمر الذي يتطلب أحيانا تمثيلها في شكل شبكة أعمال. وترجع أهمية تحليل ودراسة شبكات الأعمال إلي وجود العديد من المشكلات العملية الهامة التي يمكن تمثيلها في صورة شبكات أعمال، ويكون حلها أسهل طالما كان هناك إلمام ودراية بالقواعد التي تحكم شبكات الأعمال ونماذج هذه الشبكات والإجراءات الحسابية لتلك النماذج.

وتعتبر نماذج شبكات الأعمال أحد أساليب بحوث العمليات التي يمكن للإدارة استخدامها لمساعدتها في حل كثير من المشاكل مثل المشاكل، مثل مشكلة المرور التي تعاني منها الدول النامية وغير النامية حيث يمكن تمثيلها بشبكة أعمال يجب حلها لتحقيق عدة أهداف منها تحقيق أقصى تدفق ممكن للسيارات عبر شوارع المدينة أو تدنية الوقت الضائع لمواطني المدينة التي تعاني من مشكلة المرور أو تدنية تكاليف تلوث البيئة الناتج عن عوادم السيارات. ومشكلة انقطاع المياه يمكن تمثيلها بشبكة أعمال حيث تتدفق المياه من مصدر معين (محطة ضخ المياه) عبر شبكة من الأنابيب تتفاوت في طاقتها وأقطارها، ويتمثل الهدف من حل هذه المشكلة في إيجاد أقصى تدفق من المياه حتى تصل المياه إلي المواطنين بشكل دائم. ومشكلة المواصلات يمكن تمثيلها بشبكة أعمال تهدف إلي تحديد أقصر طريق بين موقعين حتى يمكن إتباع ذلك عند تصريف منتجات المنشأة بشكل يؤدي إلي خفض التكاليف إلي أدنى حد ممكن، والمشاكل التي تتعلق بتحديد أقصى تدفق من سلعة معينة من موقع أو عدة مواقع إلي موقع أو عدة مواقع أخرى وكذلك المشاكل التي تواجه الإدارة عند تخطيط ومتابعة تنفيذ المشروعات التي ترغب في إنشائها وخاصة تلك المشروعات التي تتكون من عدد كبير من الأنشطة التي يجب إنجازها بترتيب معين وتكون مشكلة إدارة هذه المشروعات هي تحديد كيفية تتابع تلك الأنشطة وتنسيقها وتنفيذها بشكل يؤدي إلي تخفيض فترة تنفيذ المشروع إلي أدنى ما يمكن.



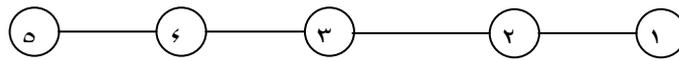
ويمكن تعريف شبكة الأعمال بأنها مجموعة من النقاط يرمز لها بالحروف أو الأرقام ومجموعة من الفروع (الخطوط) التي تصل بين كل زوج من النقاط ويرمز للفروع بأسماء النقاط التي تصل بينها.

ويوضح الشكل رقم (١/٣) نموذجاً بسيطاً لشبكة أعمال. حيث تم تمثيل كل نقطة بدائرة تحمل رقماً بداخلها، وقد تشير كل نقطة على الشبكة إلى موقع معين أو مدينة معينة أو محطة معينة أو مخزن أو منطقة توزيع. هذا، قد تشير الفروع (الخطوط) الممتدة عبر النقاط إلى الطرق التي تصل بين المواقع أو المدن أو المحطات أو المخازن أو المناطق وبعضها، كما قد تشير إلى خطوط أنابيب المياه أو الغاز أو الصرف الصحي في مدينة معينة. هذا، ويكون الفرع (الخط) موجهاً إذا كان له اتجاه مرتبط به، وتحدد الاتجاهات بالأسهم.



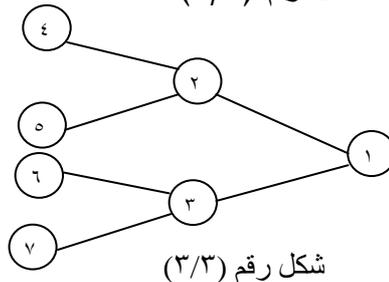
شكل رقم (١/٣)

هذا، وتسمى مجموعة الفروع (الخطوط) المتتابعة، التي تصل بين نقطة المصدر ونقطة الوصول، بالسلسلة Chain. ويوضح شكل رقم (٢/٣) سلسلة من الفروع المتتابعة التي تصل بين نقطة المصدر (١) ونقطة الوصول (٥).



شكل رقم (٢/٣)

ويطلق اصطلاح الشجرة Tree على شبكة الأعمال التي لا تتضمن أي فروع (خطوط) تؤدي إلى إيصال نقطة بنفسها والتي تتفرع من كل نقطة بها مجموعة من الفروع كما هو موضح بالشكل رقم (٣/٣).



شكل رقم (٣/٣)

أنواع نماذج شبكات الأعمال:

- هذا، وتنقسم نماذج شبكات الأعمال إلى الأنواع الرئيسية التالية:
- 1- نموذج أقصر طريق Shortest-Route Model: ويستخدم هذا النموذج عند الرغبة في تحديد أقصر طريق بين نقطتين في شبكة الأعمال.
 - 2- نموذج أقصى تدفق Maximum-Flow Model: ويستخدم هذا النموذج لتحقيق أقصى تدفق يمكن أن تحققه شبكة الأعمال.
 - 3- نماذج شبكات أعمال الأنشطة Activity Network Models: وتهدف هذه النماذج إلى تحديد الأنشطة المتتابعة والمتوازية وتحديد وقت كل نشاط والتعرف على المسار أو المسارات الحرجة. ومن أهم هذه النماذج أسلوب بيرت PERT وأسلوب المسار الحرج Critical Path Method.
- وسوف نتناول في الأجزاء الباقية من هذا الفصل كلا من نموذج أقصر طريق ونموذج أقصى تدفق.

نموذج أقصر طريق Shortest – Route Model

يشير نموذج أقصر طريق إلى مجموعة الخطوط (الفروع) التي تربط بين عدة نقاط تشكل أقصر مسار (طريق) بين نقطة المصدر Source؛ أي النقطة الأولى في الشبكة ونقطة الوصول Destination؛ أي النقطة الأخيرة في شبكة الأعمال.

ويهدف هذا النموذج إلى تحديد أقصر طريق بين نقطة المصدر ونقطة الوصول، أي تحديد المسار الذي يصل بين المصدر ونقطة الوصول بحيث يكون مجموع التكلفة (أو الزمن أو المسافة) بالأفرع (الخطوط) المكونة لهذا المسار أقل ما يمكن.

هذا ويمكن استخدام نموذج أقصر طريق في حل كثير من المشاكل التي تواجه القائمين علي إدارة المنشآت المختلفة حيث يمكن استخدامه في تحديد أقصر طريق يمكن أن تنقل به منتجات المنشأة بين مدينتين، كما يمكن تطبيقه عند المفاضلة بين عدد من البدائل المتاحة أمام متخذ القرار.... الخ.

خطوات تحديد أقصر طريق:

يتطلب تحديد أقصر طريق إتباع الخطوات التالية:

- ١- رسم شبكة الأعمال متضمنة النقط المختلفة والخطوط (الفروع) التي تربط بين هذه النقط موضحاً عليها المسافات أو الأزمنة أو التكلفة علي كل خط (فرع).
- ٢- إعداد جدول يتضمن النقط المختلفة التي تضمنتها الشبكة علي أن يدرج أسفل كل نقطة أسماء الفروع (الخطوط) التي تبدأ من هذه النقطة؛ أي الفروع التي تصل هذه النقطة بالنقط الأخرى وطول أو زمن أو تكلفة هذه الفروع (الخطوط). هذا ويخصص في أعلى الجدول صف لتمييز النقط يدرج به القيمة التي سوف يتم تحديدها فيما بعد لكل نقطة من النقاط المختلفة التي تتضمنها الشبكة.
- ٣- يتحدد لنقطة المصدر دائما القيمة صفر باعتبارها نقطة البدء.
- ٤- يتم تقييم المسافة (أو الزمن أو التكلفة) من نقطة المصدر إلى النقط الموصولة بها ويتم اختيار أصغر قيمة (والتي تعبر عن أقصر مسافة أو زمن أو أدنى تكلفة) ويتم كتابة هذه القيمة الأصغر فوق النقطة الجديدة التي نشأت عنها، وتعتبر هذه القيمة عن المسافة بين نقطة المصدر وهذه النقطة.



٥- يتم وضع دائرة أو مستطيل حول الفرع (الطريق) صاحب أصغر قيمة، ثم يتم استبعاد جميع الفروع -التي تنتهي بالنقطة التي تم تحديد قيمتها- من بقية الجدول إن وجدت، حتى لا يتم تقييمها مرة أخرى.

٦- عندما تصبح جميع الفروع (الطرق) بالجدول إما قد تم وضعها في دائرة أو مستطيل أو قد تم استبعادها، نكون قد توصلنا إلي أقصر مسافة يمكن قطعها من نقطة المصدر إلي أي نقطة بالجدول، ويمثلها في هذه الحالة القيمة المعطاة لكل نقطة بصف التقييم أعلي الجدول، ومن ثم فإن القيمة التي تظهر أعلي نقطة الوصول تشير إلي طول أقصر طريق يربط بين نقطة المصدر ونقطة الوصول.

٧- بعد ذلك يمكن تحديد المسار الأمثل الذي يمثل أقصر طريق يربط بين نقطة المصدر ونقطة الوصول بالاعتماد علي الفروع المحاطة بدوائر أو مستطيلات التي تم التوصل إليها بالجدول النهائي. بحيث يتم البدء من نقطة الوصول والعودة إلي نقطة المصدر اعتماداً علي تلك الفروع.

ولتوضيح كيفية تطبيق نموذج أقصر طريق نسوق المثال التالي:

مثال:

تقوم إحدى المنشآت الصناعية باستيراد المادة الخام اللازمة لتصنيع المنتج الذي تقوم بإنتاجه، وتخطط إدارة المنشأة لنقل المواد الخام من الميناء الواقع بالمدينة (أ) إلي مصنعها الكائن بالمدينة الصناعية (م) وذلك من خلال البحث عن طريق لسيارات النقل بحيث تكون المسافة بين المدينة (أ) والمدينة (م) أقل ما يمكن؛ الأمر الذي يؤدي إلي تخفيض تكلفة النقل. وقد أمكن لإدارة المنشأة تجميع البيانات الخاصة بالمسافات (بالكيلومتر) بين نقطة المصدر (المدينة أ) ونقطة الوصول (المدينة م) والنقط الوسيطة (المدن الوسيطة الواقعة علي الطرق السريعة الموصلة بين الميناء والمصنع، وكانت هذه البيانات كما يلي:

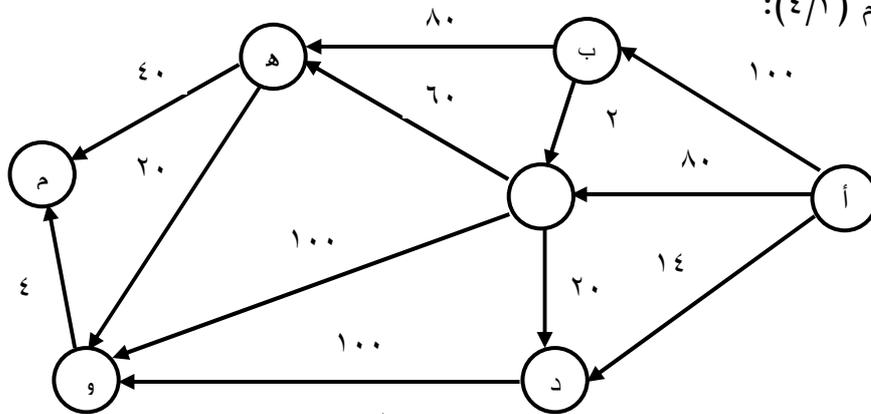
المسافة (بالكيلومتر)	الطرق المرتبطة بتلك النقطة		النقطة
	إلي	من	
١٠٠	ب	أ	أ
٨٠	ج	أ	أ
١٤٠	د	أ	أ
٢٠	ج	ب	ب
٨٠	هـ	ب	ب
٢٠	د	ج	ج
٦٠	هـ	ج	ج
١٠٠	و	ج	ج
١٠٠	و	د	د
٢٠	و	هـ	هـ
٤٠	م	هـ	هـ
٤٠	م	و	و

والمطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال موضحاً عليها المسافات (بالكيلومتر) بين المدن الوسيطة علي الطرق السريعة الموصلة بين المدينة (أ) والمدينة (م).
- ٢- تحديد أقصر طريق يمكن أن تقطعه سيارات النقل من الميناء إلي المصنع.

الحل

أولاً: رسم شبكة الأعمال موضحاً عليها المسافات (بالكيلومتر) بين المدن الوسيطة علي الطرق السريعة الموصلة بين المدينة (أ) والمدينة (م)، كما هو موضح بالشكل رقم (٤/٣):



شكل رقم (٤/٣)



ثانياً: تحديد أقصر طريق علي الشبكة:

يتم تحديد أقصر طريق علي الشبكة بإتباع الخطوات التالية:

١- إعداد الجدول الأساسي الذي يتضمن النقط المختلفة علي الشبكة، وإدراج تحت كل نقطة الطرق التي تصل هذه النقطة بالنقط الأخرى ومسافة كل طريق. كما هو موضح بالجدول رقم (١/٣) التالي:

جدول رقم (١/٣)

أ	ب	ج	د	هـ	و	م
أ ب ١٠٠	ب ج ٢٠	ج د ٢٠	د و ١٠٠	هـ و ٢٠	و م ٤٠	
أ ج ٨٠	ب هـ ٨٠	ج هـ ٦٠		هـ م ٤٠		
أ د ١٤٠		ج و ١٠٠				

٢- إعطاء قيمة صفر للنقطة (أ) باعتبارها نقطة البدء (المصدر)، ثم نحسب مسافة الطرق التي تبدأ من هذه النقطة حتى يمكن المفاضلة بين هذه الطرق واختيار أقصرهم مسافة. وحيث أن القيمة عند النقطة (أ) تساوي صفر فإن مسافة الطرق الثلاثة التي تبدأ من النقطة (أ) تحسب كالتالي:

$$أ ب = صفر + ١٠٠ = ١٠٠$$

$$أ ج = صفر + ٨٠ = ٨٠$$

$$أ د = صفر + ١٤٠ = ١٤٠$$

∴ نختار الطريق أ ج ونضع القيمة ٨٠ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (ج)، ثم نضع مستطيل حول الطريق أ ج الموجود بعمود النقطة (أ) وكذلك نستبعد جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (ج) من باقي الجدول وهي الطريق ب ج فقط. ويظهر الجدول الجديد علي النحو الموضح بالجدول رقم (٢/٣):

جدول رقم (٢/٣)

صفر	٨٠					
أ	ب	ج	د	هـ	و	م
أ ب ١٠٠	ب هـ ٨٠	ج د ٢٠	د و ١٠٠	هـ و ٢٠	و م ٤٠	
أ ج ٨٠						
أ د ١٤٠		ج و ١٠٠				

وتشير القيمة التي تظهر أعلى النقطة (ج) بالجدول السابق رقم (٢/٣) إلي طول الطريق الذي يربط النقطة (أ) بالنقطة (ج)، وهو يعد أقصر طريق يغادر نقطة المصدر (أ).

٣- بنهاية الخطوة الثانية نكون قد وضعنا في صف التمييز القيمتين صفر و ٨٠ أعلى النقطتين (أ) و (ج) علي التوالي. وبذلك ندرس الطرق التي تبدأ من هذين النقطتين (بعد استبعاد ما تم وضعه في مستطيل) للحصول علي أقصر الطرق مسافة. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الحالة ومسافاتها كالاتي:

$$\text{أ ب} = \text{صفر} + ١٠٠ = ١٠٠$$

$$\text{أ د} = \text{صفر} + ١٤٠ = ١٤٠$$

$$\text{ج د} = ٨٠ + ٢٠ = ١٠٠$$

$$\text{ج ه} = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠$$

$$\text{ج و} = ٨٠ + ١٠٠ = ١٨٠$$

نختار الطريق الأقصر مسافة ونظراً لأن الطريقين أ ب، ج د لهما نفس المسافة الأقصر فإننا نختار كل من النقطة (ب) التي ينتهي عندها الطريق الأول أ ب والنقطة (د) التي ينتهي عندها الطريق الثاني ج د، ونضع القيمة ١٠٠ في صف التمييز أعلى عمود كل من هاتين النقطتين (ب، د)، ثم نضع مستطيل حول الطريقين أ ب، ج د وكذلك نستبعد جميع الطرق التي تنتهي بأي من النقطتين (ب، د) من باقي الجدول وهي الطريق أ د فقط، ومن ثم يظهر الجدول الجديد رقم (٣/٣) كما يلي:

جدول رقم (٣/٣)

			١٠٠	٨٠	١٠٠	صفر
	م	و	د	ج	ب	أ
		م ٤٠ و	د و ١٠٠	ج د ٢٠	ب ه ٨٠	أ ب ١٠٠
		ه م ٤٠		ه ج ٦٠		أ ج ٨٠
				و ج ١٠٠		

٤- بالانتهاء من الخطوة السابقة تكون جميع الطرق التي تبدأ مباشرة بالنقطة (أ) إما قد تم وضع مستطيل حولها أو قد تم استبعادها لذلك يتم دراسة الطرق التي تبدأ

من النقط (ب)، (ج)، (د) للحصول علي أقصر هذه الطرق مسافة. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة ومسافاتها كالاتي:

$$ب هـ = ٨٠ + ١٠٠ = ١٨٠$$

$$ج هـ = ٦٠ + ٨٠ = ١٤٠$$

$$ج و = ١٠٠ + ٨٠ = ١٨٠$$

$$د و = ١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠$$

يلاحظ أن الطريق ج هـ هو أقصر الطرق مسافة لذلك نضع القيمة ١٤٠ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (هـ) ثم نقوم بوضع مستطيل حول الطريق ج هـ مع استبعاد جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (هـ) من باقي الجدول وهي الطريق ب هـ فقط. وبتنفيذ ذلك يظهر الجدول الجديد رقم (٤/٣) علي النحو التالي:

جدول رقم (٤/٣)

		١٤٠	١٠٠	٨٠	١٠٠	صفر
م	و	هـ	د	ج	ب	أ
	٤٠ م و	٢٠ هـ و	١٠٠ د و	٢٠ ج د		١٠٠ أ ب
		٤٠ هـ م		٦٠ ج هـ		٨٠ أ ج
				١٠٠ ج و		

٥- دراسة الطرق التي تبدأ من النقط (ج)، (د)، (هـ) للوصول إلي أقصر هذه الطرق مسافة. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة ومسافاتها كالاتي:

$$ج و = ١٠٠ + ٨٠ = ١٨٠$$

$$د و = ١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠$$

$$هـ و = ٢٠ + ١٤٠ = ١٦٠$$

$$هـ م = ٤٠ + ١٤٠ = ١٨٠$$

يلاحظ أن الطريق هـ و هو أقصر الطرق مسافة لذلك نضع القيمة ١٦٠ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (و) ثم نقوم بوضع مستطيل حول هذا الطريق مع استبعاد

جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (و) من باقي الجدول وهي الطرق ج و، د و. وبتنفيذ ذلك يظهر الجدول الجديد علي النحو الموضح بالجدول رقم (٥/٣):

جدول رقم (٥/٣)

صفر	١٠٠	٨٠	١٠٠	١٤٠	١٦٠
أ	ب	ج	د	هـ	و
أ ب ١٠٠		ج د ٢٠		هـ و ٢٠	و م ٤٠
أ ج ٨٠		ج هـ ٦٠		هـ م ٤٠	

٦- دراسة الطرق التي تبدأ من النقطتين (هـ)، (و) للوصول إلي أقصر هذه الطرق مسافة. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة ومسافاتها كالاتي:

$$١٨٠ = ٤٠ + ١٤٠ = هـ م$$

$$٢٠٠ = ٤٠ + ١٦٠ = و م$$

يلاحظ أن الطريق هـ م هو أقصر الطرق السابقة مسافة لذلك نضع القيمة ١٨٠ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (م) ثم نقوم بوضع مستطيل حول هذا الطريق مع استبعاد الطرق التي تنتهي بالنقطة (م) من باقي الجدول وهي الطريق م و. ومن ثم يظهر الجدول الجديد رقم (٦/٣) علي النحو التالي:

بالجدول رقم (٦/٣):

صفر	١٠٠	٨٠	١٠٠	١٤٠	١٦٠	١٨٠
أ	ب	ج	د	هـ	و	م
أ ب ١٠٠		ج د ٢٠		هـ و ٢٠		
أ ج ٨٠		ج هـ ٦٠		هـ م ٤٠		

تشير القيمة التي تظهر أعلي النقطة (م) بالجدول السابق رقم (٦/٣) إلي طول أقصر طريق يربط نقطة المصدر (المدينة أ) بنقطة الوصول (المدينة م). وبناء عليه يمكن تحديد المسار الأمثل علي النحو التالي:

- نبدأ من نقطة الوصول وهي (م) ونعود إلي الخلف آخذين في الاعتبار الطرق المحاطة بمستطيلات المذكورة في الجدول النهائي رقم (٦/٣)، حيث نجد أن أقصر الطرق مسافة هي أن نعود من (م) إلي (هـ) ثم إلي (ج) ثم إلي (أ) كما يلي:
- * نبدأ بنقطة الوصول (م) ونرجع للخلف للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (م) فنجد هـ م.
- * نرجع إلي الخلف بعد تحديد الطريق هـ م للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (هـ) فنجد ج هـ.
- * نرجع إلي الخلف بعد تحديد الطريق ج هـ للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (ج) فنجد أ ج.
- وفي ضوء ذلك يتحدد المسار الأمثل بدءاً بنقطة المصدر (أ) بالطرق أ ج، ج هـ، هـ م.

نموذج أقصى تدفق:

يستخدم نموذج أقصى تدفق في حل المشاكل المتعلقة بتحديد أقصى كمية من المواد (أو أقصى عدد من السيارات في حالة تنظيم حركة المرور) يمكن تدفقها بين نقطتين عبر مسارات متعددة تتفاوت من حيث طاقتها، ولما كان كل مسار يتكون من فرع أو أكثر من الأفرع المتتابعة التي تصل بين نقطة المصدر ونقطة الوصول فإن طاقة أي مسار يحكمها أدنى طاقة يمثلها فرع معين من الفروع المكونة لهذا المسار. هذا وتجدر الإشارة إلي أن التدفق عبر أي مسار يجب أن يحقق التوازن بمعنى أن التدفق الداخل إلي نقطة معينة علي المسار يجب أن يساوي التدفق الخارج من هذه النقطة. فعلي سبيل المثال يفترض في حالة نقل المواد ألا تخزن أي كمية من المواد في النقط الوسيط التي تقع بين نقطة المصدر ونقطة الوصول، وهو ما يعني أن أي مواد تصل إلي موقع معين تشحن بالكامل إلي الموقع الذي يليه حتى تصل إلي نقطة الوصول.

ومن التطبيقات العملية لاستخدام نموذج أقصى تدفق تخطيط شبكات مياه الشرب والصرف الصحي، وتخطيط شبكات مياه الري والصرف الزراعي، تخطيط شبكات نقل الكهرباء وتخطيط شبكات الغاز الطبيعي، تخطيط تدفق السيارات عبر الشوارع المختلفة (حركة المرور)، وتخطيط نقل المنتجات عبر وسائل النقل المختلفة (بحرية - برية - جوية) ... الخ.

خطوات تحديد أقصى تدفق:

- ١- رسم شبكة أعمال للمشكلة موضعاً عليها النقط والفروع (الخطوط) وطاقة كل فرع.
- ٢- اختيار أي مسار من مسارات الشبكة يبدأ من نقطة المصدر وينتهي عند نقطة الوصول ويتكون من مجموعة من الفروع المتتابعة، وبشرط أن تكون طاقة كل فرع من أفرع هذا المسار أكبر من الصفر.
- ٣- تحديد طاقة المسار الذي تم اختياره، أي أقصى كمية يمكن تدفقها عبر هذا المسار. وتتحدد هذه الطاقة علي أساس أدنى طاقة للفروع المكونة لهذا المسار. ويرمز لطاقة المسار بالرمز (ط).
- ٤- تخفيض الطاقة المباشرة لكل فرع من الفروع المكونة للمسار بمقدار طاقة المسار (ط) التي تم تحديدها في الخطوة السابقة. وبالتالي يتبقى علي كل فرع من أفرع



هذا المسار مقدار الطاقة غير المستغلة للفرع. ثم يعاد رسم الشبكة بصورتها الجديدة.

٥- تكرار الخطوات ٢، ٣، ٤ السابقة طالما كانت هناك مسارات علي شبكة الأعمال تستوعب تدفق موجب من نقطة المصدر إلي نقطة الوصول، وهكذا حتى يصبح من غير الممكن تحديد مسار جديد للتدفق علي الشبكة نتيجة لأن طاقة كل الفروع أو بعضها المكونة لكل مسار من مسارات الشبكة قد وصلت إلي الصفر.

٦- تحديد أقصى تدفق عبر مسارات الشبكة وذلك علي أساس مجموع طاقات المسارات التي تم تحديدها في الخطوات السابقة. هذا، جدول الشحن الأمثل علي أساس مقدار التخفيض في الطاقة والذي يمكن تحديده من خلال مقارنة الشبكة النهائية بالشبكة الأصلية.

هذا، ويمكن توضيح الخطوات السابقة من خلال المثال التالي:

مثال:

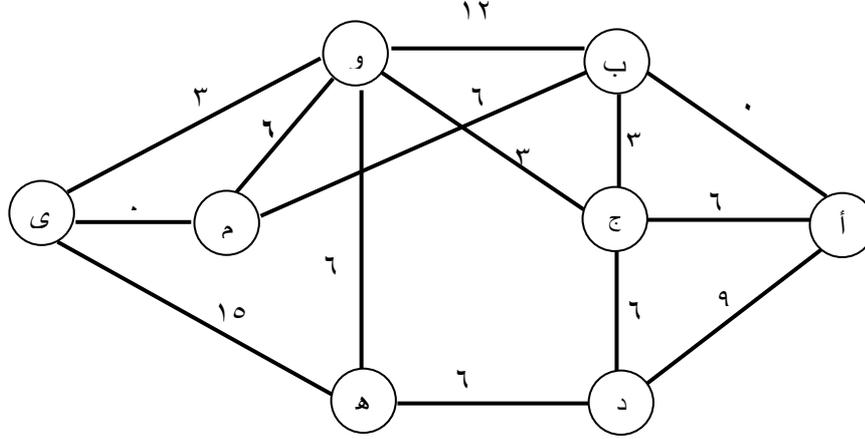
يخطط مرفق مياه القاهرة الكبرى لضخ أقصى كمية من المياه عبر الأنابيب الموصلة بين محطة ضخ المياه (نقطة المصدر أ) وخزان تجميع المياه بأحد أحياء القاهرة (نقطة المصب ي). وفيما يلي طاقة التدفق لكل خط من خطوط ضخ المياه التي تربط بين نقطة المصدر ونقطة المصب (بالألف متر مكعب في اليوم):

خط الأنابيب	ب	ج	د	هـ	و	م	ي
أ	٩	٦	٩	-	-	-	-
ب	-	٣	-	-	١٢	١٥	-
ج	-	-	٦	-	٣	-	-
د	-	-	-	٦	-	-	-
هـ	-	-	-	-	٦	-	١٥
و	-	-	-	-	-	٦	٣
م	-	-	-	-	-	-	٩

المطلوب:

١- رسم شبكة تمثل خطوط أنابيب المياه التي تربط بين نقطة المصدر (أ)، ونقطة الوصول (ي)، موضحاً كمية المياه التي يمكن أن تتدفق عبر هذه الخطوط علي الأفرع المختلفة للشبكة، وذلك بافتراض أن الشبكة غير موجهة (وهو ما يعني

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ ب، ب م، م ي) بمقدار ٩ للوصول إلي الطاقة غير المستغلة لهذه الأفرع، وإعادة رسم الشبكة بعد إجراء هذا التخفيض وذلك كما هو موضح بالشكل رقم (٦/٣) التالي:



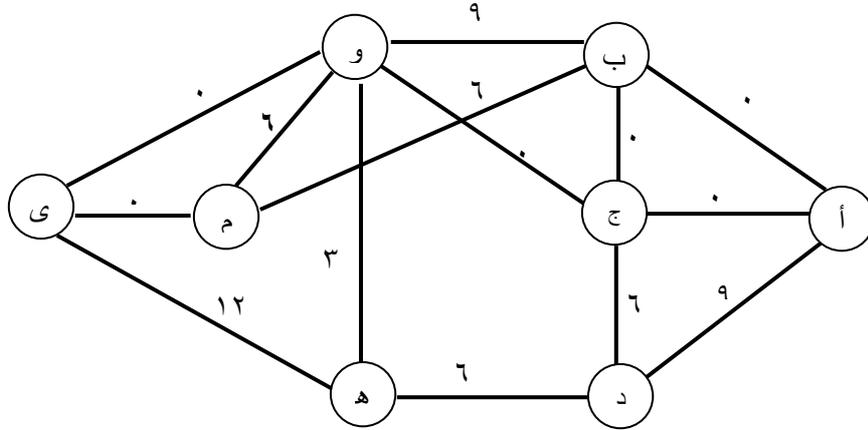
شكل رقم (٦/٣)

- يلاحظ بانتهاء هذه الخطوة أن طاقة كل من الفرع أ ب والفرع م ي قد استنفدت بالكامل وبالتالي أصبحت تساوي صفر، ولهذا لا يمكن في أي خطوة من الخطوات التالية اختيار أي مسار يبدأ بالفرع أ ب أو أي مسار ينتهي بالفرع م ي.
- ب - اختيار المسار (أ ج، ج و، و ي) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ي):

- الفروع المكونة للمسار هي: أ ج ج و و ي
- طاقة التدفق لكل فرع ٦ ٣ ٣
- أدنى طاقة تدفق علي المسار ٣
- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع المسار وهي طاقة كل فرع من الفرعين ج و، و ي وقدرها ٣.

$$\therefore \text{ط} = ٣$$

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ ج، ج و، و ي) بمقدار ٣ للوصول إلي الطاقة غير المستغلة لهذه الأفرع، الأمر الذي يؤدي إلي استفاد طاقة كل من الفرعين ج و، و ي بالكامل؛ أي تصبح طاقة أياً منهم تساوي صفر. وبالتالي لا يمكن في أي خطوة تالية اختيار أي مسار يدخل ضمن مكوناته أيّاً من هذين الفرعين. هذا، ويتم إعادة رسم الشبكة بعد إجراء التخفيض وذلك كما هو موضح بالشكل رقم (٧/٣) التالي:



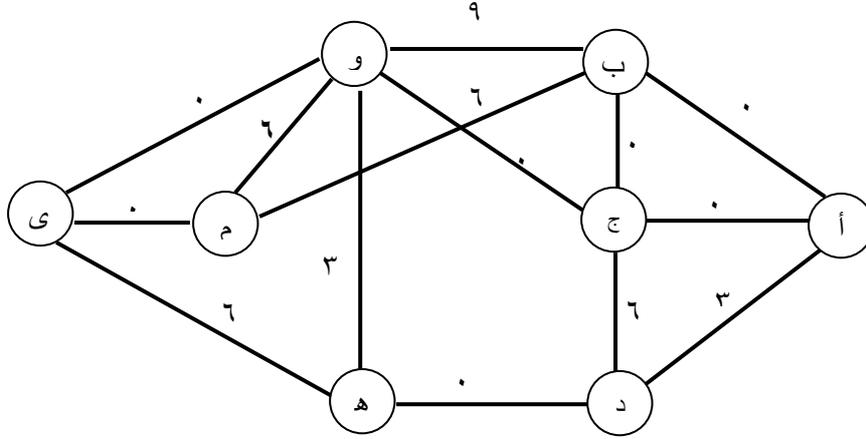
شكل رقم (٨/٣)

د - اختيار المسار (أ، د، د هـ، هـ ي) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ي):

- الفروع المكونة للمسار
- طاقة التدفق لكل فرع
- أدنى طاقة تدفق علي المسار
- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفرع المسار وهي طاقة الفرع د هـ وقدرها ٦.

$$\therefore \text{ط} = ٦$$

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ، د، د هـ، هـ ي) بمقدار ٦ للوصول إلي الطاقة غير المستغلة لهذه الأفرع، ويؤدي هذا الإجراء إلي استنفاد طاقة الفرع د هـ بالكامل؛ أي تصبح طاقته صفر. وبالتالي لا يمكن اختيار أي مسار فيما بعد يدخل ضمن مكوناته هذا الفرع. ويتم إعادة رسم الشبكة بعد إجراء التخفيض السابق وذلك كما هو موضح بالشكل رقم (٩/٣) التالي:



شكل رقم (٩/٣)

يلاحظ من الشبكة السابقة بالشكل رقم (٩/٣) أنه لا يمكن تحديد أي مسار آخر يسمح بتدفق موجب من نقطة المصدر (أ) إلى نقطة الوصول (ي) بخلاف المسارات التي سبق تحديدها، حيث أننا عند محاولة تحديد مسارات أخرى علي الشبكة السابقة سوف نواجه بفروع قد استنفدت طاقتها بالكامل وأصبحت طاقتها غير المستغلة صفر، الأمر الذي يعني عدم إمكانية التدفق عبرها، ولقد سبق القول بأن أحد الشروط لاختيار المسار الذي يربط نقطة المصدر بنقطة الوصول هو أن تكون طاقة كل فرع من أفرع المسار أكبر من الصفر، ونظراً لعدم تحقق هذا الشرط في الشبكة السابقة فإننا نكون قد وصلنا إلى نهاية الحل.

وعلي ضوء ما سبق يمكن تحديد جدول التدفق الأمثل للمياه عبر خطوط أنابيب المياه من محطة الضخ (نقطة المصدر أ) إلى خزان المياه (نقطة الوصول ي)، عن طريق مقارنة الحل الذي يتضمنه الشكل السابق رقم (٩/٣) بالحالة الأصلية التي يتضمنها الشكل رقم (٥/٣) بالمثل، وذلك بغرض تحديد مقدار التخفيضات التي حدثت في طاقات الفروع (خطوط الأنابيب)، والتي تحدد بدورها كمية المياه التي يمكن أن تتدفق عبر خطوط أنابيب المياه من محطة الضخ (نقطة المصدر أ) إلى خزان المياه (نقطة الوصول ي)، وهو ما يوضحه الجدول التالي رقم (٧/٣):

جدول رقم (٧/٣)

جدول التدفق الأمثل

الإجمالي	ي	م	و	هـ	د	ج	ب	
٢١	-	-	-	-	٦	٦	٩	أ
١٥	-	٩	٣	-	-	٣	-	ب
٣	-	-	٣	-	صفر	-	-	ج
٦	-	-	-	٦	-	-	-	د
١٢	٩	-	٣	-	-	-	-	هـ
٣	٣	صفر	-	-	-	-	-	و
٩	٩	-	-	-	-	-	-	م
	٢١	٩	٩	٦	٦	٩	٩	الإجمالي

في ضوء ما تقدم يمكن تحديد أقصى كمية من المياه يمكن أن تتدفق عبر خطوط أنابيب المياه التي تربط محطة الضخ (نقطة المصدر) بخزان المياه (نقطة الوصول ي) كما يلي:

$$\text{أقصى كمية من المياه يمكن أن تتدفق عبر خطوط أنابيب المياه (ط) = } \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = 9 + 3 + 3 + 6 = 21 \text{ ألف متر مكعب.}$$

المسارات (خطوط الأنابيب) التي تتدفق خلالها المياه من محطة الضخ إلي خزان المياه:

- المسار (خط الأنابيب) أ ب ، ب م ، م ي وتبلغ كمية المياه التي تتدفق عبره ٩ آلاف متر مكعب.
- المسار (خط الأنابيب) أ ج ، ج و ، و ي وتبلغ كمية المياه التي تتدفق عبره ٣ آلاف متر مكعب.
- المسار (خط الأنابيب) أ ج ، ج ب ، ب و ، و هـ ، هـ ي وتبلغ كمية المياه التي تتدفق عبره ٣ آلاف متر مكعب.
- المسار (خط الأنابيب) أ د ، د هـ ، هـ ي وتبلغ كمية المياه التي تتدفق عبره ٦ آلاف متر مكعب.

تمارين علي الفصل الثالث

تمرين رقم (١)

يخطط مرفق المياه بمحافظة الفيوم لضخ أقصى كمية من المياه عبر الأنابيب الموصلة بين محطة ضخ المياه (نقطة المصدر أ) وخزان تجميع المياه بأحد أحياء القاهرة (نقطة المصب ح) . وفيما يلي طاقة التدفق لكل خط من خطوط ضخ المياه التي تربط بين نقطة المصدر ونقطة المصب (بالألف متر مكعب في اليوم)

خط الأنابيب	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح
أ	٤٥	٣٠	٤٥	-	-	-	-
ب	-	١٥	-	-	٦٠	٧٥	-
ج	-	-	٣٠	-	٣٥	-	-
د	-	-	-	٣٠	-	-	-
هـ	-	-	-	-	٣٠	-	٧٥
و	-	-	-	-	-	٣٠	١٥
ز	-	-	-	-	-	-	٤٥

المطلوب :

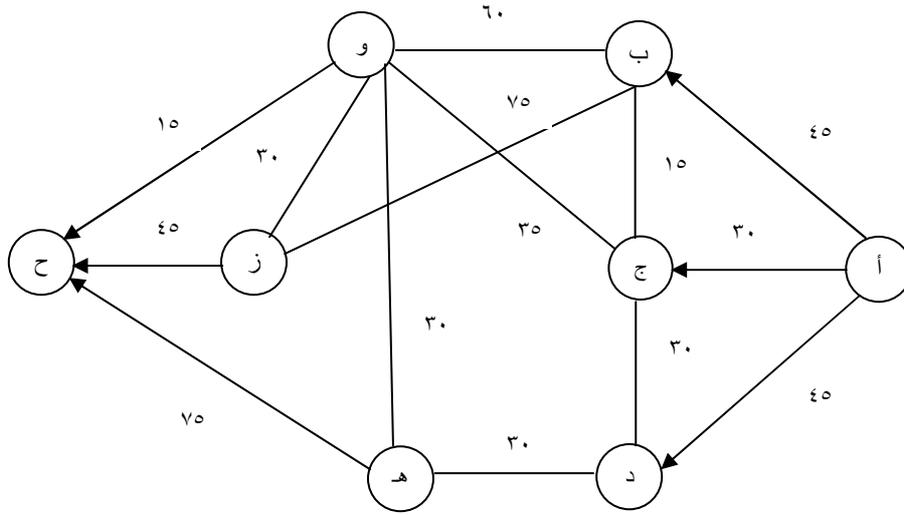
١- رسم شبكة تمثل خطوط أنابيب المياه التي تربط بين نقطة المصدر أ ، ونقطة الوصول بي ، موضحاً كمية المياه التي يمكن أن تتدفق عبر هذه الخطوط علي الأفرع المختلفة للشبكة ، وذلك بافتراض أن الشبكة غير موجهة (وهو ما يعني إمكانية تدفق المياه في كلا الاتجاهين باستثناء الأفرع المرتبطة بنقطة المصدر والأفرع المرتبطة بنقطة المصب) .

٢- تحديد أقصى كمية من المياه يمكن أن تتدفق عبر خطوط أنابيب المياه من محطة الضخ (أ) إلي خزان المياه (ح) .

الحل

أولاً : رسم الشبكة التي تمثل خطوط أنابيب المياه :





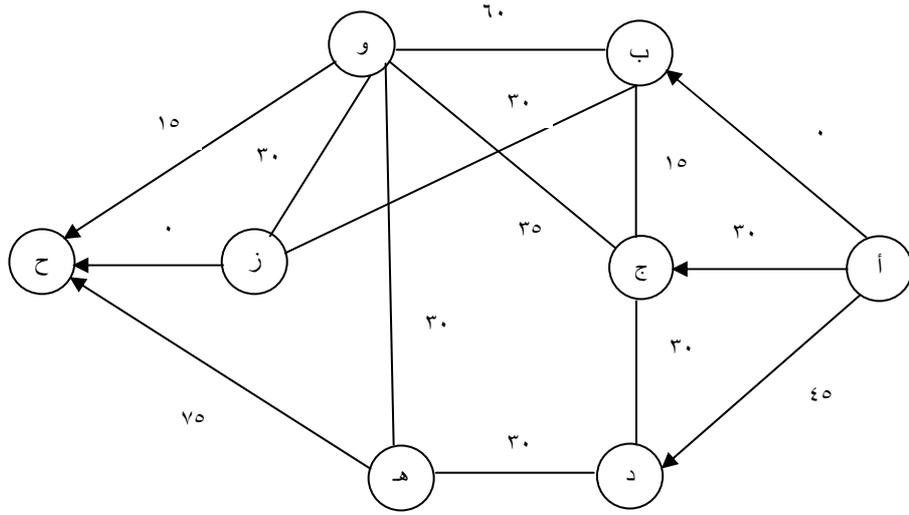
ثانياً : تحديد أقصى كمية من المياه يمكن أن تتدفق عبر خطوط أنابيب المياه من محطة الضخ (أ) إلى خزان المياه (ح) :

الخطوات :

أ - اختيار أحد المسارات الذي يربط نقطه المصدر (أ) بنقطة الوصول (ح) وهو المسار أ ب ، ب ز ، ز ح :

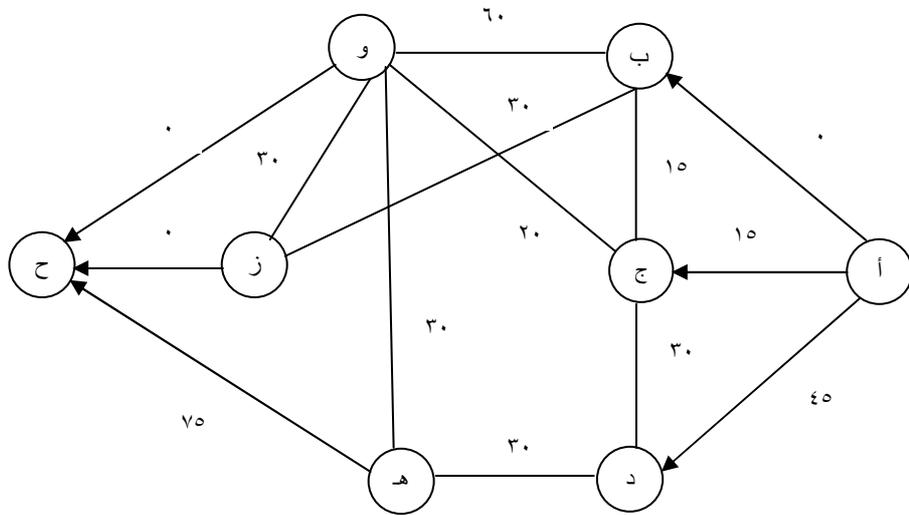
- الفروع المكونة للمسار هي : أ ب ، ب ز ، ز ح
 - طاقة التدفق لكل فرع ٤٥ ، ٧٥ ، ٤٥
 - أدنى طاقة تدفق علي المسار ٤٥
 - يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع هذا المسار، وهي طاقة كل من الفرع أ ب، ز ح وقدرها ٤٥.
- ∴ ط = ٤٥

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ ب، ب ز، ز ح) بمقدار ٤٥ للوصول إلي الطاقة غير المستغلة لهذه الأفرع ، وإعادة رسم الشبكة علي النحو التالي :



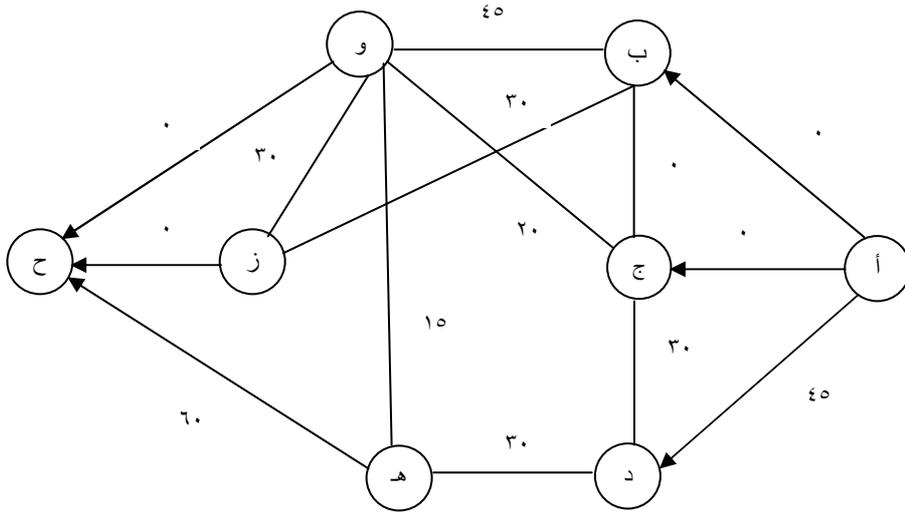
ب - اختيار المسار (أ ج ، ج و ، و ح) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ح):

- الفروع المكونة للمسار هي : أ ج ، ج و ، و ح
- طاقة التدفق لكل فرع ٣٠ ، ٣٥ ، ١٥
- أدنى طاقة تدفق علي المسار ١٥
- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع المسار وهي طاقة الفرع و ح وقدرها ١٥.
- ∴ ط = ١٥
- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ ج ، ج و ، و ح) بمقدار ١٥، وإعادة رسم الشبكة بعد إجراء هذا التخفيض وذلك علي النحو التالي :



ج- اختيار المسار (أ ج ، ج ب ، ب و ، و هـ ، هـ ح) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ح) :

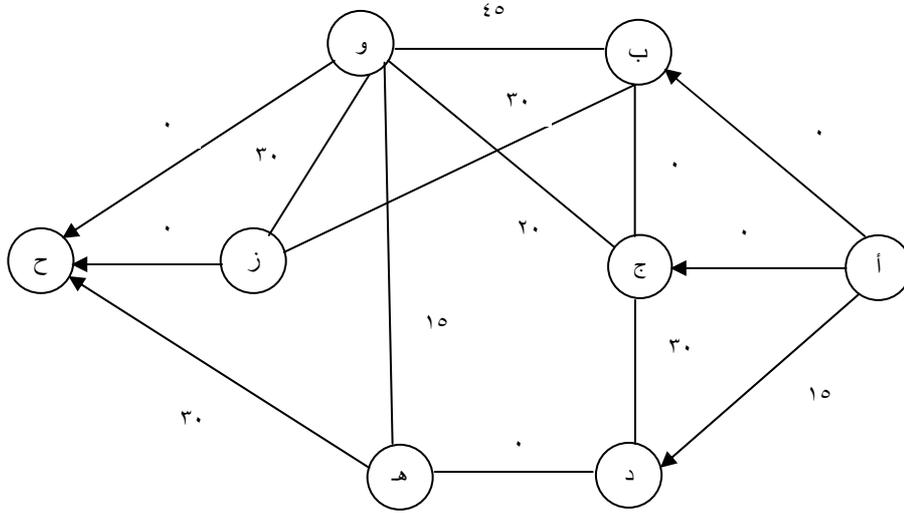
- الفروع المكونة للمسار هي: أ ج ج ب ب و و هـ هـ ح
- طاقة التدفق لكل فرع ١٥ ١٥ ٦٠ ٣٠ ٧٥
- أدنى طاقة تدفق علي المسار ١٥
- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع المسار وهي طاقة كل من الفرع أ ج ، ج ب وقدرها ١٥ .
- ∴ ط = ١٥ .
- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ ج ، ج ب ، ب و ، و هـ ، هـ ح) بمقدار ١٥ ، وإعادة رسم الشبكة بعد إجراء هذا التخفيض السابق وذلك كما هو موضح بالشكل التالي :



د - اختيار المسار (أ د ، د هـ ، هـ ح) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ح) :

- الفروع المكونة للمسار أ د د هـ هـ ح
- طاقة التدفق لكل فرع ٤٥ ٣٠ ٦٠
- أدنى طاقة تدفق علي المسار ٣٠
- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع المسار وهي طاقة الفرع د هـ وقدرها ٣٠ .
- ∴ ط = ٣٠ .

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ د ، د ه ، ه ح) بمقدار ٣٠، ويتم إعادة رسم الشبكة بعد إجراء هذا التخفيض كما يلي:

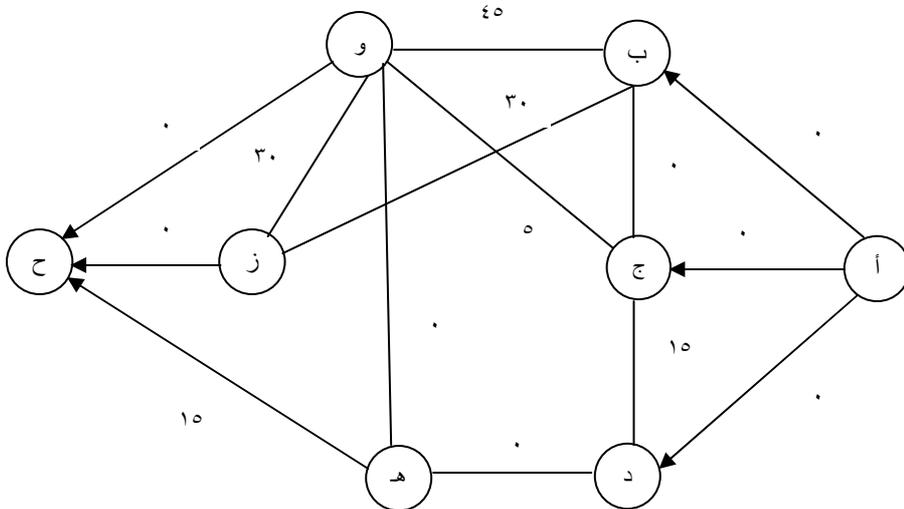


- هـ - اختيار المسار (أ د ، د ج ، ج و ، و ه ، ه ح) الذي يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ح) :

- الفروع المكونة للمسار أ د د ج ج و و ه ه ح
- طاقة التدفق لكل فرع ١٥ ٣٠ ٢٠ ١٥ ٣٠
- أدنى طاقة تدفق علي المسار ١٥

- يتحدد أقصى تدفق عبر هذا المسار علي أساس أدنى طاقة لفروع المسار وهي طاقة كل من الفرع أ د ، و ه وقدرها ١٥ .
∴ ط_ه = ١٥

- تخفيض طاقة كل فرع من فروع المسار (أ د ، د ج ، ج و ، و ه ، ه ح) بمقدار ١٥، ويتم إعادة رسم الشبكة بعد إجراء هذا التخفيض كما يلي :



يلاحظ من الشبكة السابقة أنه لا يمكن تحديد أي مسار آخر يسمح بتدفق موجب من نقطة المصدر (أ) إلى نقطة الوصول (ح) ، وبالتالي نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل.

وبالتالي فإن أقصى كمية من المياه يمكن أن تتدفق تساوي :

$$ط = ط_١ + ط_٢ + ط_٣ + ط_٤ + ط_٥$$

$$٤٥ = ١٥ + ١٥ + ٣٠ + ١٥ + ١٥$$

المسارات التي تتدفق خلالها المياه من محطة الضخ إلى خزان المياه :

- المسار أ ب ، ب ز ، ز ح يتدفق عبره ٤٥ ألف متر مكعب.
- المسار أ ج ، ج و ، و ح يتدفق عبره ١٥ ألف متر مكعب .
- المسار أ ج ، ج ب ، ب و ، و ه ، ه ح يتدفق عبره ١٥ ألف متر مكعب.
- المسار أ د ، د ه ، ه ح يتدفق عبره ٣٠ ألف متر مكعب.
- المسار أ د ، د ج ، ج و ، و ه ، ه ح يتدفق عبره ١٥ ألف متر مكعب.

تمرين رقم (٢)

تقوم إحدى المنشآت الصناعية باستيراد المادة الخام اللازمة لتصنيع المنتج الذي تقوم بإنتاجه، وتخطط إدارة المنشأة لنقل المواد الخام من الميناء الواقع بالمدينة (أ) إلى مصنعها الكائن بالمدينة الصناعية (م) وذلك من خلال البحث عن طريق سيارات النقل بحيث يكون زمن النقل بين المدينة (أ) والمدينة (م) أقل ما يمكن؛ الأمر الذي يؤدي إلى سرعة وصول المواد لخطوط الإنتاج، علاوة على تخفيض تكلفة النقل. وقد أمكن لإدارة المنشأة تجميع البيانات الخاصة بالزمن (بالساعات) بين نقطة المصدر (المدينة أ) ونقطة الوصول (المدينة م) والنقط الوسيطة (المدن الوسيطة علي الطرق السريعة الموصلة بين الميناء والمصنع، وكانت هذه البيانات كما يلي:

النقطة	الطرق المرتبطة بتلك النقطة		الزمن (بالساعة)
	من	إلى	
أ	أ	ب	٥
	أ	ج	٤
	أ	د	٧

١	ج	ب	ب
٤	هـ	ب	
١	د	ج	ج
٣	هـ	ج	
٥	و	ج	
٥	و	د	د
١	و	هـ	هـ
٢	م	هـ	
٢	م	و	و

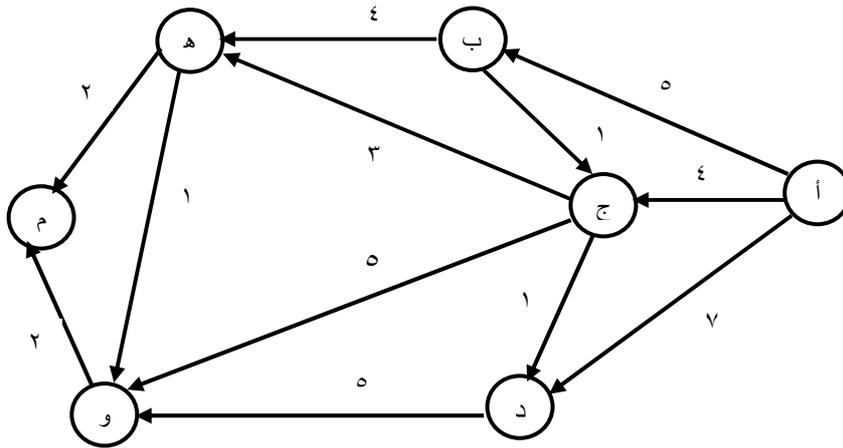
والمطلوب :

٣- رسم شبكة الأعمال موضحاً عليها الزمن (بالساعة) بين المدن الوسيطة علي الطرق السريعة الموصلة بين المدينة (أ) والمدينة (م).

٤- تحديد أقصر طريق من حيث الزمن يمكن أن تقطعه سيارات النقل من الميناء إلي المصنع.

الحل

أولاً : شبكة الأعمال :



ثانياً : تحديد أقصر طريق علي الشبكة :

يتم تحديد أقصر طريق علي الشبكة باتباع الخطوات التالية :

٥- إعداد الجدول الأساسي الذي يتضمن النقط المختلفة علي الشبكة ، وإدراج تحت كل نقطة الطرق التي تصل هذه النقطة بالنقط الأخرى وزمن كل طريق .

	أ	ب	ج	د	هـ	و	م
	أ ب ٥	ب ح ١	ج د ١	د و ٥	هـ و ١	و م ٢	
	أ ج ٤	ب هـ ٤	ج هـ ٣		هـ م ٢		
	أ د ٧		ج و ٥				

٦- إعطاء قيمة صفر للنقطة (أ) باعتبارها نقطة البدء (المصدر) ، ثم نحسب زمن الطرق التي تبدأ من هذه النقطة حتى يمكن المفاضلة بين هذه الطرق واختيار أقصرهم من حيث الزمن. وحيث أن القيمة عند (أ) صفر فإن زمن الطرق الثلاثة التي تبدأ من النقطة (أ) يحسب كالآتي :

$$أ ب = صفر + ٥ = ٥$$

$$أ ج = صفر + ٤ = ٤$$

$$أ د = صفر + ٧ = ٧$$

∴ نختار الطريق أ ج ونضع ٤ في صف التمييز أعلي عمود النقطة ج ، ثم نضع مستطيل علي الطريق أ ج تحت النقطة (أ) وكذلك نستبعد جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (ج) من باقي الجدول وهي الطريق ب ج فقط . ويظهر الجدول الجديد علي النحو التالي :

	صفر	٤				
	أ	ب	ج	د	هـ	و
	أ ب ٥	ب هـ ٤	ج د ١	د و ٥	هـ و ١	و م ٢
	أ ج ٤		ج هـ ٣		هـ م ٢	
	أ د ٧		ج و ٥			

وتشير القيمة التي تظهر أعلي النقطة (ج) بالجدول السابق إلي زمن الطريق الذي يربط النقطة (أ) بالنقطة (ج)، وهو يعد أقصر طريق من حيث الزمن يغادر نقطة المصدر (أ).

٧- بنهاية الخطوة الثانية نكون قد وضعنا صفر أعلي النقطة (أ) ، ٤ أعلي النقطة (ج). وبذلك ندرس الطرق التي تبدأ من هاتين النقطتين (بعد استبعاد ما تم وضعه في

مستطيل) للحصول علي أقصر الطرق زمنياً. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الحالة وأزمنتها كالاتي :

$$\text{أ ب} = \text{صفر} + 5 = 5$$

$$\text{أ د} = \text{صفر} + 7 = 7$$

$$\text{ج د} = 1 + 4 = 5$$

$$\text{ج ه} = 3 + 4 = 7$$

$$\text{ج و} = 5 + 4 = 9$$

نختار الطريق الأقل زمنياً ونظراً لأن الطريقين أ ب ، ج د لهما نفس الزمن الأقل فإننا نختار كل من النقطة ب (التي ينتهي عندها الطريق الأول أ ب) والنقطة د (التي ينتهي عندها الطريق الثاني ج د) ، ونضع 5 في صف التمييز أعلي عمود كل من هاتين النقطتين (ب ، د) ، ثم نضع مستطيل حول كل من الطريقين أ ب ، ج د وكذلك نستبعد جميع الطرق التي تنتهي بأي من النقطتين (ب ، د) من باقي الجدول وهي الطريق أ د فقط ، ومن ثم يظهر الجدول الجديد كما يلي :

			5	4	5	صفر
			د	ج	ب	أ
م	و	هـ	د و 5	ج د 1	ب هـ 4	أ ب 5
	و م 2	هـ و 1 هـ م 2		ج هـ 3		أ ج 4
				ج و 5		

٨- بالانتهاء من الخطوة السابقة تكون جميع الطرق التي تبدأ مباشرة بالنقطة (أ) إما قد تم وضعها في مستطيل أو قد تم استبعادها لذلك يتم دراسة الطرق التي تبدأ من النقط (ب ، ج ، د) للحصول علي أقصر هذه الطرق زمنياً . وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة وأزمنتها كالاتي :

$$\text{ب ه} = 5 + 4 = 9$$

$$\text{ج ه} = 3 + 4 = 7$$

$$\text{ج و} = 5 + 4 = 9$$

$$\text{د و} = 5 + 5 = 10$$

يلاحظ أن الطريق ج ه هو أقصر الطرق زمنياً لذلك نضع ٧ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (هـ) ثم نقوم بوضع مستطيل حول الطريق ج ه مع استبعاد جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (هـ) من باقي الجدول وهي الطريق ب ه فقط . وبتنفيذ ذلك يظهر الجدول الجديد علي النحو التالي:

		٧	٥	٤	٥	صفر
م	و	هـ	د	ج	ب	أ
	و م ٢	هـ و ١	د و ٥	ج د ١		أ ب ٥
		هـ م ٢		ج ه ٣		أ ج ٤
				ج و ٥		

٦- دراسة الطرق التي تبدأ من النقط ج ، د ، هـ للوصول إلي أقصر هذه الطرق من حيث الزمن . وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة وأزمنتها كالاتي:

$$ج و = ٥ + ٤ = ٩$$

$$د و = ٥ + ٥ = ١٠$$

$$هـ و = ١ + ٧ = ٨$$

$$هـ م = ٢ + ٧ = ٩$$

يلاحظ أن الطريق هـ و هو أقصر الطرق زمنياً لذلك نضع ٨ في صف التمييز أعلي عمود النقطة (و) ثم نقوم بوضع مستطيل حول هذا الطريق مع استبعاد جميع الطرق التي تنتهي بالنقطة (و) من باقي الجدول وهي الطرق ج و ، د و . وبتنفيذ ذلك يظهر الجدول الجديد علي النحو التالي :

	٨	٧	٥	٤	٥	صفر
م	و	هـ	د	ج	ب	أ
	و م ٢	هـ و ١		ج د ١		أ ب ٥
		هـ م ٢		ج ه ٣		أ ج ٤

٧- دراسة الطرق التي تبدأ من النقط (هـ ، و) للوصول إلي أقصر هذه الطرق زمنياً. وتكون الطرق محل الدراسة في هذه الخطوة وأزمنتها كالاتي:

$$هـ م = ٢ + ٧ = ٩$$

$$و م = ٢ + ٨ = ١٠$$

يلاحظ أن الطريق ه م هو أقصر الطرق السابقة زمنياً لذلك نضع ٩ في صف التمييز أعلى عمود النقطة (م) ثم نقوم بوضع مستطيل حول هذا الطريق مع استبعاد الطرق التي تنتهي بالنقطة (م) من باقي الجدول وهي الطريق م و . ومن ثم يكون الجدول الجديد علي النحو التالي:

٩	٨	٧	٥	٤	٥	صفر
م	و	هـ	د	ج	ب	أ
		هـ و ١		ج د ١		أ ب ٥
		هـ م ٢		ج هـ ٣		أ ج ٤

تشير القيمة ٩ التي تظهر أعلى النقطة (م) بالجدول السابق إلي زمن أقصر طريق يربط نقطة المصدر (المدينة أ) بنقطة الوصول (المدينة م). وبناء عليه يمكن تحديد المسار الأمثل علي النحو التالي:

نبدأ من نقطة الوصول وهي (م) ونعود إلي الخلف آخذين في الاعتبار الطرق المحاطة بمستطيلات المذكورة في الجدول النهائي، حيث نجد أن أقصر الطرق من حيث الزمن هي أن نعود من (م) إلي (هـ) ثم إلي (ج) ثم إلي (أ) كما يلي :

* نبدأ بنقطة الوصول (م) ونرجع للخلف للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (م) فنجد هـ م .

* نرجع إلي الخلف بعد تحديد الطريق هـ م للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (هـ) فنجد هـ ج هـ .

* نرجع إلي الخلف بعد تحديد الطريق ج هـ للبحث عن الطريق الذي تكون نقطته الثانية (ج) فنجد هـ أ ج .

وفي ضوء ذلك يتحدد المسار الأمثل بدءاً بنقطة المصدر (أ) بالطرق أ ج ، ج

هـ ، هـ م .

تمرين رقم (٣)

تخطط إحدى المنشآت الصناعية العاملة في المنطقة الحرة ببور سعيد لنقل إنتاجها من المنتج (س) إلى المخازن المملوكة للشركة بمدينة القاهرة، وذلك من خلال البحث عن طريق لسيارات نقل البضاعة بحيث تكون المسافة بين المنطقة الحرة ببورسعيد (أ) ومدينة القاهرة (ز) أقل ما يمكن مما يؤدي إلى تخفيض تكلفة النقل. ولقد قامت المنشأة بتجميع البيانات المتعلقة بالمسافات بالكيلومتر بين المدن الوسيطة على الطرق السريعة الموصلة بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول (ز). ويعرض الجدول التالي هذه البيانات:

المدينة	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز
أ	-	٧٠	٥٠	٦٠	-	-	-
ب	-	-	٢٠	-	٨٠	-	-
ج	-	-	-	١٠	٧٠	٦٠	-
د	-	-	-	-	-	٧٥	-
هـ	-	-	-	-	-	-	٩٠
و	-	-	-	-	-	-	١١٠

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال موضحاً عليها المسافات (بالكيلومترات) بين المدن الوسيطة على الطرق السريعة الموصلة بين المنطقة الحرة ببورسعيد (أ) ومدينة القاهرة (ز).
- ٢- تحديد أقصر طريق يمكن أن تقطعه سيارات نقل البضاعة من المصنع (بالمنطقة الحرة) إلى المخازن (بمدينة القاهرة) ، وذلك بفرض أن أفرع الشبكة غير موجهة.

تمرين رقم (٤)

تخطط الإدارة العامة لمرور القاهرة الكبرى لتنظيم حركة مرور السيارات بين المنطقتين (أ)، (و) بما يسمح بتحقيق أقصى تدفق ممكن للسيارات بين المنطقتين، وفيما يلي البيانات المتعلقة بعدد السيارات (بالألف) التي يمكن أن تتدفق عبر شبكة الطرق التي تربط المنطقتين في اليوم الواحد:



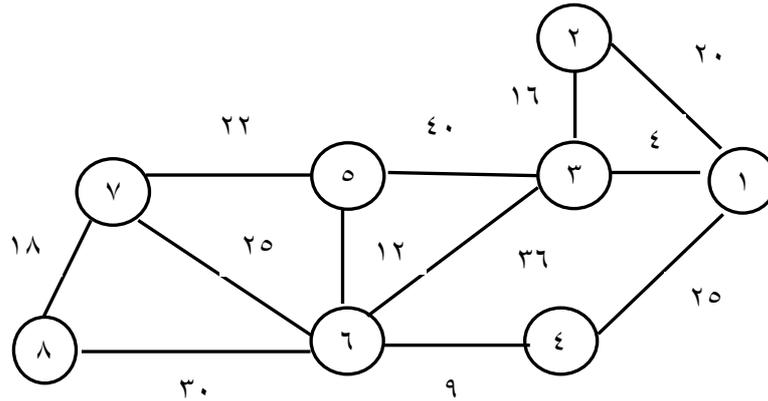
خط السير	أ	ب	ج	د	هـ	و
أ	-	١٠	٢٠	-	-	-
ب	-	-	٥	١٠	٨	-
ج	-	-	-	٦	١٢	-
د	-	-	-	-	١٤	٢٠
هـ	-	-	-	-	-	١٥

المطلوب :

- ١- رسم شبكة تمثل الطرق التي ترتبط بين المنطقة (أ)، (و)، موضحاً عدد السيارات التي يمكن أن تتدفق عبر هذه الطرق على الأفرع المختلفة للشبكة، مع افتراض أن هذه الأعداد تمثل طاقات التدفق في كلا الاتجاهين باستثناء الأفرع المرتبطة بنقطة المصدر (أ) والأفرع المرتبطة بنقطة الوصول (و).
 - ٢- تحديد أقصى عدد من السيارات يمكن أن يتدفق عبر الطرق المختلفة من المنطقة (أ) إلى المنطقة (و) في اليوم الواحد .
- إرشادات الحل : أقصى تدفق للسيارات عبر الطرق المختلفة ٣٠ ألف سيارة في اليوم.

تمرين رقم (٥)

توضح شبكة الأعمال الآتية المسافات التي تربط بين الطرق الرئيسية المختلفة داخل محافظة الجيزة بالكيلومتر:

**المطلوب:**

تحديد أقصر طريق يربط بين النقطة (١) والنقطة (٨) وذلك بفرض أن أفرع الشبكة غير موجهة.

إرشادات الحل : أقصر طريق يربط النقطة ١ بالنقطة ٨ طوله ٤٨ كيلومتر.

تمرين رقم (٦)

قدمت إليك البيانات التالية الخاصة بالطرق المختلفة التي تربط بين عدة مواقع وتكلفة كل النقل عبر كل طريق بالجنيه كآتي:

هـ ل = ٢٠	ج م = ٦	ب ج = ٢٨	أ ب = ١٥
أ و = ٥٥	هـ م = ٧	د و = ٤٨	ب د = ٥
ا د = ٨	ل م = ١٠	و ل = ١٢	د هـ = ٢٠
			ب هـ = ١٢

والمطلوب :

- ١- رسم شبكة الأعمال موضحا عليها المواقع والطرق وتكلفة كل طريق.
- ٢- تحديد اقصر طريق يربط بين نقطة المصدر (أ) ونقطة الوصول النهائية (م).

الفصل الرابع

تخطيط ورقابة تنفيذ المشروعات باستخدام أسلوب المسار الحرج

مقدمة

تعرض إدارة المشروعات الكبيرة التي تتضمن عدد كبير من الأنشطة لمشاكل معقدة عند التخطيط، والجدولة، والرقابة، وبصفة خاصة عندما يتعين أداء الأنشطة التي يتضمنها المشروع في تتابع فني أو تكنولوجي معين. ويمكن لإدارة المشروع الاستعانة بأسلوب فحص وتقييم البرامج (بيرت) Program Evaluation and Review Technique (PERT) وأسلوب المسار الحرج Critical Path Method (CPM)، وذلك للقيام بما يلي :

- أ- تخطيط المشروع من حيث الوقت اللازم للإتمام والتنبؤ بالمصادر الممكنة لحدوث المشاكل أو الصعوبات التي قد تواجه تنفيذ المشروع، والتأخيرات التي يمكن أن تحدث في وقت إتمام المشروع.
- ب- جدولة أنشطة المشروع على أساس الأوقات المناسبة بحيث تتطابق مع التتابع الفني أو المنطقي للوظائف لكي يكتمل المشروع بأسرع ما يمكن.
- ج- ج- التنسيق بين أنشطة المشروع والرقابة عليها حتى تسير كما هو مخطط لها لإنجاز المشروع .

وعلى ذلك ، يعد كل من أسلوب بيرت وأسلوب المسار الحرج أداة فعالة لمساعدة إدارة المشروعات في تخطيط ورقابة تنفيذ المشروعات. ويختلف الأسلوبان في منهجهما لحل المشكلة وطريقة الحل. وبشكل عام فإن طبيعة المشروع محل الدراسة هي التي تملئ الأسلوب الذي يتعين استخدامه .

نشأة أسلوب بيرت PERT والمسار الحرج CPM:

نشأ أسلوب بيرت في سلاح البحرية بالولايات المتحدة الأمريكية في أواخر الخمسينيات من القرن الماضي للإسراع بتطوير منصات إطلاق الصواريخ بالأسطول البحري . ولقد تطلب تطوير هذا السلاح ضرورة التنسيق بين آلاف المتعاقدين من



قطاع منشآت الأعمال والوحدات الحكومية الأخرى . ولقد كان استخدام أسلوب بيرت في هذا التنسيق ناجحاً لدرجة أن المشروع بأكمله قد اكتمل قبل الوقت المخطط له بسنتين . ولقد ترتب على ذلك أن أصبح أسلوب بيرت يطبق على نطاق واسع بالنسبة لبرامج تطوير الأسلحة الأخرى في البحرية ، والقوات الجوية والجيش بشكل عام . والآن يستخدم هذا النموذج على نطاق واسع في المنشآت الصناعية والخدمية .

طورت شركة دي بونت DU PONT أسلوب المسار الحرج لكي يستخدم في تخطيط ورقابة الوقت اللازم لتنفيذ أنشطة المشروع ، وتحديد الوقت الذي يستغرقه تنفيذ المشروع ككل . ولقد نشأ أسلوب المسار الحرج بشكل متزامن مع نشأة نموذج بيرت تقريباً . وعلى الرغم من أن الأسلوبين يتشابهان في العديد من الجوانب، فإن الاختلاف الأكبر بينهما يتمثل في أن أسلوب المسار الحرج لا يأخذ في الاعتبار ظروف عدم التأكد عند تقدير الوقت الخاص بكل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع، حيث يقوم أسلوب المسار الحرج على أساس تقدير وقت واحد لكل نشاط. ويفترض أسلوب المسار الحرج أن هناك علاقة تناسبية بين الأوقات المحددة لتنفيذ الأنشطة ومقدار الموارد المخصصة لها، وبالتالي فإنه يمكن تغيير الأوقات اللازمة لتنفيذ الأنشطة والوقت الكلي اللازم لتنفيذ المشروع عن طريق تغيير مقدار الموارد التي تخصص للمشروع. وعلى ذلك، يفترض أسلوب المسار الحرج وجود خبرة مسبقة بالمشروعات المثيلة والتي تساعد في تحديد العلاقة بين الموارد اللازمة للمشروع والأوقات المقدرة للأنشطة التي يتضمنها المشروع.

من ناحية أخرى، يأخذ نموذج بيرت ظروف عدم التأكد في الاعتبار عند تقدير الأوقات اللازمة لتنفيذ الأنشطة التي يتضمنها المشروع وتقدير الوقت الكلي اللازم لتنفيذ المشروع. وعلى ذلك لا يكفي أسلوب بيرت بتقدير وقت واحد لكل نشاط من أنشطة المشروع، كما هو الحال بالنسبة لأسلوب المسار الحرج، وإنما يفترض ثلاث تقديرات زمنية لكل نشاط من أنشطة المشروع وهي الوقت الأكثر احتمالاً والوقت المتفائل والوقت التشاؤمي. ومن خلال هذه التقديرات الزمنية للأنشطة يقوم أسلوب بيرت بحساب الوقت المتوقع لكل نشاط من أنشطة المشروع، وبالتالي الوقت المتوقع لإتمام المشروع ككل.

تطبيقات أسلوب بيرت والمسار الحرج:

يمكن تطبيق أسلوب بيرت والمسار الحرج في العديد من المجالات منها:



- ١- إعداد العروض والعطاءات بالنسبة للمشروعات الكبيرة.
- ٢- المشروعات الإنشائية (مثل مشروعات البناء والتشييد، مشروعات إنشاء الطرق والكباري).
- ٣- تطوير نظم التسليح الجديدة والمنتجات الصناعية الجديدة.
- ٤- تصنيع وتجميع الوحدات الكبيرة مثل الطائرات، الحاسبات الآلية، السفن.
- ٥- تخطيط عمليات الصيانة لمعامل تكرير البترول، إصلاح السفن وغيرها من العمليات الكبيرة.

هذا، ويمكن استخدام أسلوب المسار الحرج بالنسبة للمشروعات الإنشائية حيث يكون لدى الإدارة خبرة مسبقة في التعامل مع المشروعات المثلثة. أما بالنسبة لأسلوب بيرت الذي يتعامل مع ظروف عدم التأكد فإنه غالباً ما يستخدم في تخطيط مشروعات البحوث والتطوير التي لا يوجد لدى الإدارة خبرة مسبقة بها مما يزيد من فرص عدم التأكد.

وعلى ذلك ، يمكن القول أنه إذا كانت العمليات أو المشروعات تتكرر مرة بعد أخرى فإن الإدارة يكون لديها الخبرة والبيانات المتعلقة بالأوقات اللازمة لإنجاز تلك العمليات أو المشروعات والأنشطة التي تتضمنها وأيضاً البيانات المتعلقة بالموارد المادية والبشرية اللازمة لتلك العمليات أو المشروعات . وفي هذه الحالة يُمكن الاستعانة بأسلوب المسار الحرج لتخطيط مثل هذا النوع من المشروعات والرقابة عليها. أما بالنسبة للعمليات أو المشروعات غير المتكررة أو التي لم تحدث من قبل، ولا يوجد لدى الإدارة خبرة مسبقة بها فإنه يُفضل استخدام أسلوب بيرت في تخطيط مثل هذه المشروعات والرقابة عليها نظراً لظروف عدم التأكد المحيطة بها.

بعض المفاهيم الأساسية:

هناك بعض المفاهيم الأساسية التي يشترك فيها كل من أسلوب بيرت وأسلوب

المسار الحرج نتناولها فيما يلي:

شبكة الأعمال Network:

مجموعة من النقط يرمز لها بالحروف أو الأرقام ومجموعة من الفروع التي تصل بين كل زوج من النقط ويرمز للفروع بأسماء النقط التي تصل بينها. ويتم تمثيل كل نقطة بدائرة تحمل رقماً بداخلها وقد تعبر النقطة عن حدث يرمز إلي لخطه بدء نشاط معين أو لخطه الانتهاء من إنجاز نشاط معين، أو قد تعبر عن مرحلة إنتاجية

معينة أو مخزن أو منطقة توزيع. ويكون أي فرع علي الشبكة موجهاً إذا كان له اتجاه مرتبط به، وتحدد الاتجاهات بالأسهم. أيضا يكون أي فرعين علي الشبكة متصلين إذا كان لهما نقطة مشتركة.

الحدث:

يمثل نقطة أو لحظة بدء نشاط أو عدة أنشطة معينة أو الانتهاء من إنجاز نشاط أو عدة أنشطة معينة بمعنى أن لكل نشاط أو عمل حدث بداية وحدث نهاية وطالما أن الحدث يعبر عن لحظة معينة من الزمن فإنه لا يستغرق وقت ولا يستنفذ موارد. ويتم التعبير عنه في شبكة الأعمال بدائرة تأخذ عادة رقما بداخلها يعبر عن ترتيب الحدث في الشبكة.

ومن الجدير بالإشارة، أن كل حدث في شبكة الأعمال يمثل نقطة بدء نشاط

معين أو أكثر، ويمثل في نفس الوقت نقطة انتهاء نشاط معين أو أكثر، ماعدا

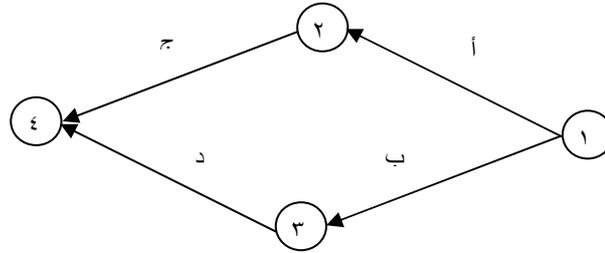
الحدث الأول الذي يمثل نقطة بدء فقط والحدث الأخير الذي يمثل نقطة انتهاء فقط.

وقد يمثل الحدث بداية أكثر من نشاط ويسمي في هذه الحالة حدث انشقاق،

وهو ما يعبر عنه الحدث رقم (١) بالشكل رقم (١/٤). وفي المقابل، قد يعتبر الحدث

نهاية أكثر من نشاط وفي هذه الحالة يسمي حدث اندماج، وهو ما يعبر عنه الحدث

(٤) بالشكل رقم (١/٤).



شكل رقم (١/٤)

النشاط:

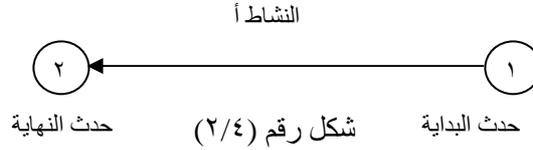
يعبر عن الأداء الفعلي للعمل أو المهمة، وبالتالي فهو يتطلب وقت للتنفيذ

ويحتاج التوضيح ببعض الموارد المالية. ويمثل كل نشاط في شبكة الأعمال بسهم

واحد فقط ويشير رأس السهم إلي اتجاه تدفق العمل؛ أي يتجه السهم من نقطة بدء

النشاط وينتهي عند نقطة انتهاء النشاط. ومن ثم فإن السهم الممثل للنشاط علي

الشبكة يصل بين حدثين هما حدث بداية النشاط وحدث نهاية النشاط، كما هو موضح بالشكل رقم (٢/٤).



هذا، ويمكن تمييز كل نشاط علي شبكة الأعمال بحرف هجائي أو برقمي حدثي البدء والنهاية. فعلي سبيل المثال، النشاط الذي يصل بين الحدثين (١)، (٢) في الشكل السابق رقم (٢/٤)، يمكن أن يشار إليه مثلاً بالنشاط (أ) أو النشاط (٢ - ١). وتوضح اتجاهات الأسهم، التي تعبر عن الأنشطة، التتابع الفني والترتيب المنطقي للمهام المختلفة التي يتطلبها المشروع.

تقسيم الأنشطة:

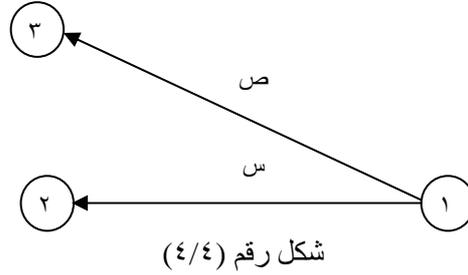
يمكن تقسيم الأنشطة من حيث التتابع الفني والترتيب المنطقي للمهام المختلفة التي يتطلبها المشروع إلي:

١- **أنشطة متتابعة (متعاقبة):** هي تلك الأنشطة التي تحدث في ترتيب متعاقب (متتابع)، أي يرتبط إنجاز هذه الأنشطة بالانتهاء من الأنشطة السابقة، وبالتالي فهي تأخذ تسلسلاً معيناً تحكمه العملية الفنية. ففي الشكل رقم (٣/٤) نجد أن النشاط (س) يسبق النشاط (ص) أو بمعنى آخر النشاط (ص) تالي للنشاط (س)، وعلي هذا الأساس لا يمكن البدء بتنفيذ النشاط (ص) إلا بعد الانتهاء من إنجاز النشاط (س)، وينطبق نفس القول علي النشاطين (ص)، (ع). ومن أمثلة الأنشطة المتتابعة أنشطة الدورة المحاسبية.

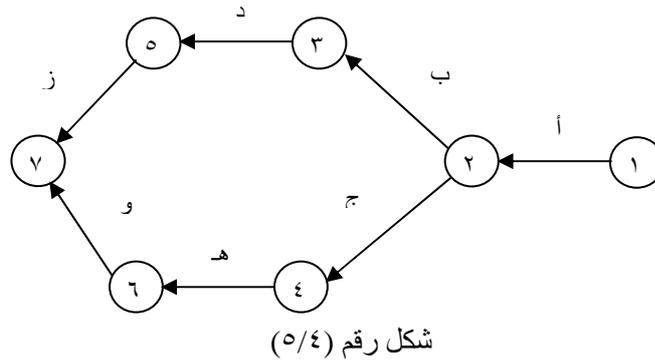


شكل رقم (٣/٤)

٢- **أنشطة متوازية:** هي الأنشطة التي يمكن تنفيذها في نفس الوقت، أي بشكل متزامن بحيث يمكن تنفيذ أكثر من نشاط في وقت واحد. إلا أنه لا يشترط أن تبدأ جميعها في لحظة معينة أو أن تنتهي جميعها في لحظة محددة. ويوضح الشكل رقم (٤/٤) أن النشاطين (س)، (ص) يحدثان في نفس الوقت.



وعادة تجمع شبكة الأعمال بين الأنشطة المتتابعة والأنشطة المتوازية في آن واحد. ويوضح الشكل رقم (٥/٤) أن مجموعة الأنشطة المتتابعة ب، د، ز يمكن تنفيذها في نفس الوقت الذي يتم فيه تنفيذ الأنشطة المتتابعة ج، هـ، و. وأن النشاطين (ب)، (ج) لا يمكن أن يبدأ تنفيذهما إلا إذا تم الانتهاء من النشاط (أ).



هذا، ويمكن تقسيم الأنشطة في شبكة الأعمال من حيث الوقت والموارد المستنفدة في النشاط إلي:

١. **أنشطة حقيقية:** وهي تعبر عن الأعمال أو المهام التي يجب تنفيذها للانتقال من حدث معين علي شبكة الأعمال الخاصة بتنفيذ مشروع معين إلي حدث آخر. وتأسيساً علي ذلك فإن الأنشطة الحقيقية تمثل إنجازات معينة تستغرق وقتاً في تنفيذها وتتطلب موارد لازمة لهذا التنفيذ، ممثلة في توفير المواد والآلات والمعدات المختلفة. ويعبر عن النشاط الحقيقي في شبكة الأعمال بسهم متصل يربط بين حدثي النشاط.
٢. **أنشطة انتظار:** وهي الأنشطة التي يستغرق تنفيذها وقتاً معيناً لتكامل إنجازها دون الحاجة إلي موارد، ومثال ذلك انتظار جفاف جدران المبني كي يبدأ نشاط طلاء هذه الجدران.

٣. **أنشطة وهمية (صورية):** وهي أنشطة صورية ليس لها وجود مادي، والهدف من استخدامها في شبكة الأعمال هو تحقيق التتابع الفني المنطقي في تسلسل تنفيذ الأحداث في شبكة الأعمال ولأغراض الالتزام بالقواعد الأساسية في رسم شبكات الأعمال. ونظراً لأن هذه الأنشطة ليس لها وجود مادي فإنها لا تحتاج إلي استخدام أي نوع من الموارد، ولا تستغرق أي وقت؛ أي أن الوقت الذي يستنفده النشاط الوهمي يساوي دائماً صفر. وعادة ما يرسم النشاط الوهمي بسهم ذات خطوط متقطعة (لتمييزه عن النشاط الحقيقي.

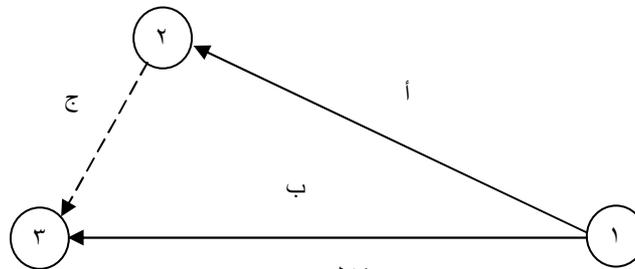
هذا، وتستخدم الأنشطة الوهمية في ثلاث حالات رئيسية هي:

أ. يستخدم النشاط الوهمي من أجل تفادي الربط بين حدثين بأكثر من نشاط من الأنشطة الحقيقية. فعلي سبيل المثال، لو أن هناك نشاطين أ، ب يبدأان عند الحدث (١) وينتهيان عند الحدث (٢)، فإنه لا يمكن التعبير عن هذين النشاطين كما هو موضح بالشكل رقم (٦/٤) التالي:



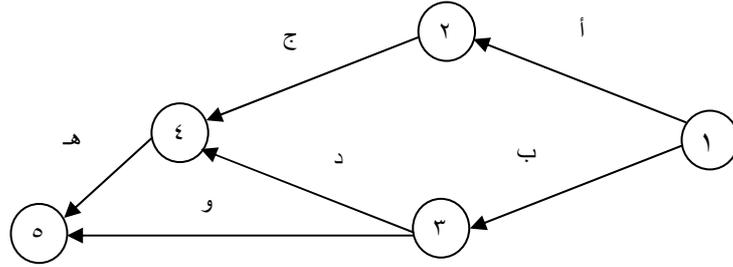
شكل رقم (٦/٤)

ولتفادي ذلك يتم إضافة حدثاً جديداً (٣) مثلاً ينتهي عنده أحد النشاطين ولتحقيق علاقة التابع نضيف نشاطاً وهمياً بين الحدث القديم (٢) والحدث الجديد (٣) وليكن النشاط ج ، وذلك كما هو موضح بالشكل التالي رقم (٧/٤).

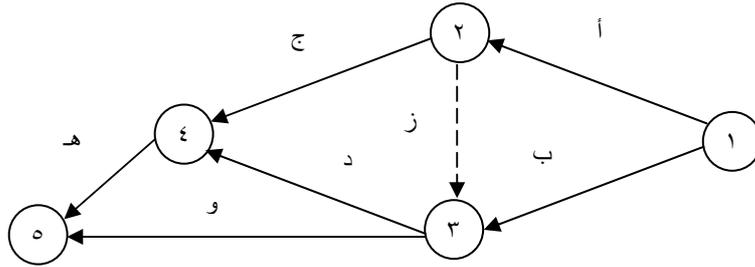


شكل رقم (٧/٤)

ب. يستخدم النشاط الوهمي للتعبير عن العلاقات المنطقية أو التتابعية بين الأنشطة المختلفة التي تفرضها الاعتبارات الفنية أو الإدارية، فقد تتطلب النواحي الفنية ضرورة إتمام نشاط أو أكثر قبل البدء في الأنشطة التالية، ويوضح شكل رقم (٨/٤) شبكة أعمال بدون أنشطة وهمية، بينما يوضح شكل رقم (٩/٤) نفس شبكة الأعمال بعد إدخال النشاط الوهمي (ز).



شكل رقم (٨/٤) شبكة الأعمال بدون أنشطة وهمية



شكل رقم (٩/٤) شبكة الأعمال بعد إدخال النشاط الوهمي

يلاحظ في الشبكة الأولى بالشكل رقم (٨/٤) أنه يتم البدء في كلا من النشاطين (د)، (و) عندما يتحقق الحدث (٣) والذي يتمثل في الانتهاء من النشاط (ب). أما إذا كانت العلاقات المنطقية أو التتابعية بين الأنشطة المختلفة، التي تفرضها الاعتبارات الفنية أو الإدارية، تتطلب ألا يبدأ العمل في أيّاً من النشاطين (د) أو (و) إلا بعد الانتهاء من كل من النشاطين (أ)، (ب) فإننا ندخل النشاط الوهمي (ز) بشبكة الأعمال، حتى تعبر هذه الشبكة بشكل سليم عن تلك العلاقات. وذلك كما هو موضح بالشكل رقم (٩/٤).

ج. يستخدم النشاط الوهمي لربط بعض أنشطة شبكة الأعمال بحيث لا تظهر بالشبكة إلا نقطة بداية واحدة ونقطة نهاية واحدة. فلا يصح أن توجد في الشبكات أنشطة معلقة قد تؤدي إلي أن تظهر أكثر من نقطة بداية أو أكثر من نقطة نهاية

للشبكة. ولتوضيح مشكلة النشاط المعلق ومعالجتها باستخدام النشاط الوهمي نسوق المثال التالي:

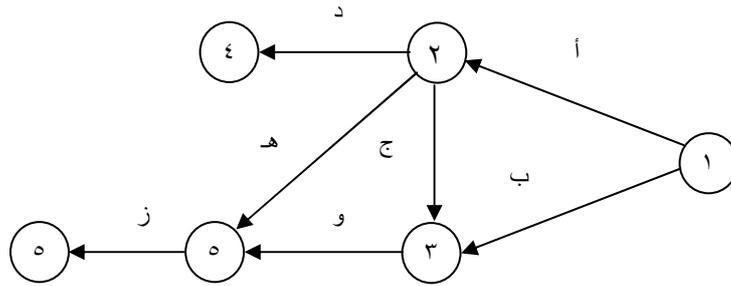
مثال:

يتكون أحد المشروعات من سبعة أنشطة أ، ب، ج، د، هـ، و، ز وذلك علي النحو التالي:

النشاط	حدثي البدء والانهاء
أ	٢ - ١
ب	٣ - ١
ج	٣ - ٢
د	٤ - ٢
هـ	٥ - ٢
و	٥ - ٣
ز	٦ - ٥

ويمكن تمثيل هذا المشروع بشبكة الأعمال التالية الموضحة بالشكل رقم

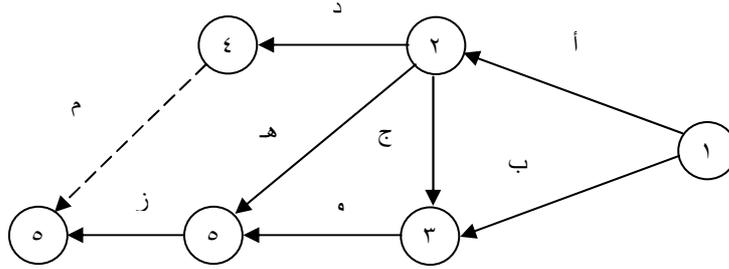
(١٠/٤):



شكل رقم (١٠/٤) شبكة الأعمال قبل إدخال النشاط الوهمي

يتضح من شبكة الأعمال السابقة الممثلة لهذا المشروع والموضحة بالشكل رقم (١٠/٤) وجود نشاط معلق (د) أي لا يرتبط بالحدث الحقيقي لنهاية المشروع، الأمر الذي اظهر المشروع كما لو كان له نقطتي نهاية ٤، ٦. لذلك تم رسم نشاط وهمي

بين الحدثين ٤، ٦- كما هو موضح بالشبكة الجديدة للمشروع بالشكل رقم (١١/٤)-
للتخلص من مشكلة وجود نشاط معلق ووجود نقطتين للنهاية بالشبكة.



شكل رقم (١١/٤) شبكة الأعمال بعد إدخال النشاط الوهمي

المسار:

عبارة عن مجموعة متتابعة من الأنشطة تبدأ من الحدث الأول في المشروع وتنتهي عند الحدث الأخير للمشروع، وليس من الضروري أن يمر المسار بجميع الأحداث في الشبكة، ولا أن يمر علي أحداث متسلسلة. ويلاحظ في الشكل السابق رقم (١١/٤) وجود أربعة مسارات هي:

المسار الأول أ، د، م.

المسار الثاني أ، هـ، ز.

المسار الثالث أ، ج، و، ز.

المسار الرابع ب، و، ز.

الاعتبارات الواجب مراعاتها عند بناء شبكة الأعمال:

عند رسم شبكة الأعمال الممثلة لأي مشروع يجب مراعاة الآتي:

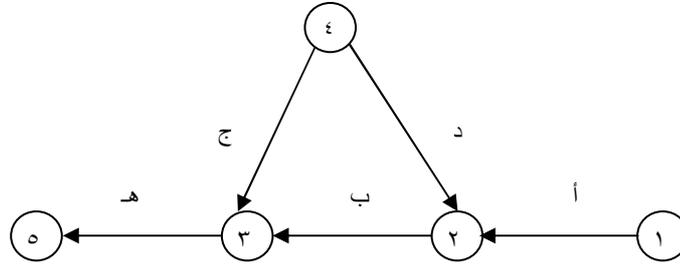
١. أن تبدأ شبكة الأعمال بحدث واحد فقط هو حدث البداية وتنتهي كذلك بحدث واحد هو حدث النهاية، لذلك يجب التأكد من عدم وجود أنشطة معلقة، ويتم تفادي ذلك باستخدام الأنشطة الوهمية.

٢. التحديد الدقيق للأنشطة التي يتضمنها المشروع وترتيب هذه الأنشطة بشكل يعكس التتابع الفني والترتيب المنطقي للأعمال أو المهام المختلفة التي يتضمنها المشروع. حيث يتعين عند تحديد كل نشاط علي الشبكة ضرورة التعرف علي النشاط

أو الأنشطة التي قد تحدث في نفس وقت حدوثه وكذلك النشاط أو الأنشطة التي قد تليه (تلقه).

٣. التحديد الدقيق للأحداث التي تتضمنها شبكة الأعمال، مع مراعاة التسلسل الدقيق لوقوع الأحداث، بحيث لا يقع أي حدث إلا عند انتهاء النشاط أو الأنشطة التي تنتهي عنده (ماعد الحدث الأول)؛ بعبارة أخرى مراعاة أن كل نشاط يربط بين حدث بداية وحدث نهاية النشاط وبحيث يكون رقم الحدث الذي يمثل بداية النشاط أصغر من رقم الحدث الذي يمثل نهاية النشاط، حتى لا تظهر أنشطة سلبية في اتجاه عكسي، لأن ذلك يعني أن المسار سوف يكون غير منتهي. وبناء على ذلك لا يجوز أن يتبع حدث بأنشطة متتالية تعود ثانية إلى نفس الحدث الذي بدأت منه كما هو واضح بشبكة الأعمال الخاطئة بالشكل رقم (١٢/٤). حيث يتضح من هذه الشبكة أن الحدث رقم (٢) يتبع بالأنشطة المتتالية ب، ج، د التي تعود ثانية إلى نفس الحدث (٢) الذي بدأت منه.

٤. التأكد من أن رقم الحدث لم يتكرر مرة أخرى بالشبكة



شكل رقم (١٢/٤) شبكة أعمال خاطئة

تحليل شبكة أعمال المشروع:

يتضمن تحليل شبكة الأعمال تحديد الوقت المبكر والمتأخر لحدث بدء النشاط، تحديد الوقت المبكر والمتأخر لحدث انتهاء النشاط، تحديد الوقت الراكد الكلي، تحديد الوقت الراكد الحر. وعلى ذلك، نتناول فيما يلي مثال يوضح من خلاله تحليل شبكة أعمال تمثل مشروع إعادة تصميم أحد المنتجات التي تقوم إحدى المنشآت الصناعية بإنتاجه بغرض تطويره وعرضه في السوق.

مثال:

ترغب إحدى المنشآت الصناعية في إعادة تصميم أحد المنتجات التي تقوم بإنتاجها بغرض تطوير المنتج وعرضه في السوق. وتتوى إدارة المنشأة استخدام نموذج تحليل الشبكات كأداة لتخطيط المشروع (إعادة تصميم المنتج) والرقابة على تنفيذه. ويتطلب استخدام هذا النموذج قيام الإدارة بخطوتين أساسيتين هما:

الخطوة الأولى:

تتمثل في تحليل المشروع إلى مجموعة من الأنشطة المنفصلة (مهام أو وظائف)، بحيث يتحدد لكل نشاط الوقت اللازم لإتمامه (أي الوقت الذي يستغرقه النشاط منذ بدء النشاط حتى الانتهاء منه).

وإذا أخذنا في الاعتبار المشكلة التي نحن بصدد حلها، وهي إعادة تصميم المنتج، فإنه يمكن تحديد مجموعة الأنشطة التي يتضمنها مشروع إعادة تصميم المنتج وعرضه في السوق، وما يرتبط بهذه الأنشطة من أوقات لازمة لإتمامها (وذلك بافتراض ظروف التأكد) على النحو التالي :

اسم النشاط	النشاط	وقت النشاط (بالأسبوع)
أ	إعادة تصميم المنتج	١٢
ب	إعادة تصميم عملية التعبئة والتغليف اللازمة للمنتج	٤
ج	طلب واستلام المكونات اللازمة لإنتاج المنتج	٦
د	طلب واستلام المواد اللازمة لعملية التعبئة والتغليف	٤
هـ	عملية تصنيع وتجميع المنتج	٨
و	إعداد وتجهيز مواد التعبئة والتغليف	٢
ز	القيام بعملية تعبئة وتغليف المنتج	٢
ح	دراسة واختبار السوق بالنسبة للمنتج الجديد	١٢
ط	تنقيح عملية تعبئة وتغليف المنتج	٢
ك	تنقيح المنتج الجديد	٦
ل	تقديم نتائج الدراسة والتحليل للإدارة	٢

وجدير بالذكر أن تحديد الأنشطة التي يتضمنها المشروع يخضع لممارسة الأحكام فيما يتعلق بمستوى التفاصيل (المقياس الزمني) الذي نرغب في تطبيقه . فمن ناحية متطرفة يمكن أن يكون لدينا نشاط واحد فقط يتمثل في تنفيذ المشروع ككل، ومن الناحية المتطرفة الأخرى يمكننا أن نحلل الخطة إلى أنشطة تفصيلية كثيرة جداً عندما يقاس الوقت اللازم للنشاط على أساس ساعات العمل بدلاً من عدد الأسابيع. ويتحدد المقياس الزمني المناسب للتطبيق (والذي يؤدي اختلافه إلى اختلاف مستوى التفصيل في الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة) في ضوء الخبرة وما يتوافر لدينا من معرفة بخصوص طبيعة المشكلة محل الدراسة .

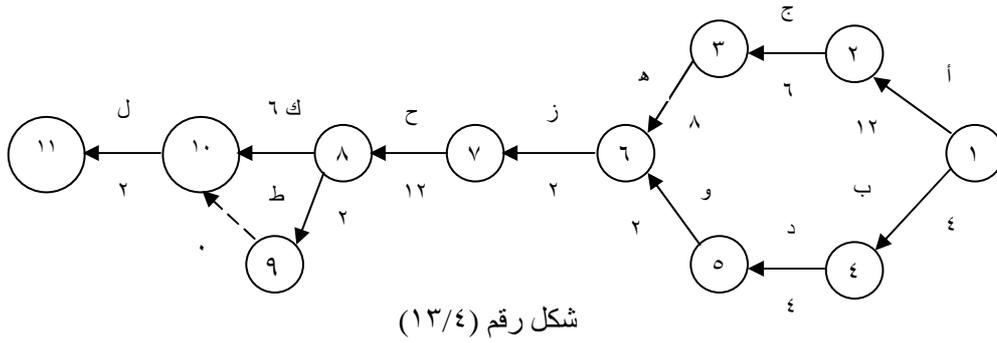
الخطوة الثانية:

تتمثل في تحديد العلاقات التتابعية المباشرة التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتي تعكس التتابع الفني والترتيب المنطقي للأعمال أو المهام المختلفة التي يتطلبها المشروع محل الدراسة. وتشير هذه العلاقات التتابعية إلى الأنشطة التي يجب أن ينتهي إتمامها قبل أن تبدأ الأنشطة الأخرى التالية لها في التتابع الفني أو المنطقي. على سبيل المثال، النشاط (أ) في المشروع محل الدراسة يجب الانتهاء منه قبل البدء في النشاط (ج). وعلى ذلك، يمكن تحديد العلاقات التتابعية المباشرة بين الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة على النحو التالي:

- النشاط (أ) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (ج) .
- النشاط (ب) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (د) .
- النشاط (ج) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (هـ) .
- النشاط (د) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (و) .
- النشاط (هـ)، (و) يجب أن ينتهيا قبل أن يبدأ النشاط (ز) .
- النشاط (ز) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (ح) .
- النشاط (ح) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (م) .
- النشاط (ل) يجب أن ينتهي قبل أن يبدأ أيًا من النشاطين (ط)، (ك) .
- النشاط (ط)، (ك) يجب أن ينتهيا قبل أن يبدأ النشاط (ل) .

والآن، وبعد أن انتهينا من تحديد قائمة الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة وتحديد قائمة العلاقات التتابعية بين هذه الأنشطة، فإنه يمكننا دمج القائمتين

معاً في شكل شبكة أعمال، حيث تظهر الشبكة الممثلة للأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة بالشكل رقم (١٢/٤) التالي:



شكل رقم (١٣/٤)

ويمثل السهم المتقطع (٩ -- ١٠) نشاط وهمي، وهو نشاط لا تتضمنه الخطة من الناحية الواقعية. ويستخدم النشاط الوهمي، كما سبق ذكره، لتجنب الغموض في تتابع الأنشطة والحفاظ على علاقات التتابع الفني أو المنطقي بين الأنشطة. ويضاف النشاط الوهمي إلى شبكة الأعمال عندما نرغب في تجنب أن يمثل سهم واحد أكثر من نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع، وهو ما ينطبق على المثال الذي نحن بصددده، حيث استخدمنا النشاط الوهمي (٩ -- ١٠) لتجنب تمثيل النشاطين (م)، (ن) بسهم واحد. هذا، ويكون وقت النشاط الوهمي دائماً صفر.

وهكذا يتضح أن شبكة الأعمال تمثل تمثيلاً واضحاً ودقيقاً للمشروع ككل من حيث الأنشطة التي يتكون منها والوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط والعلاقات التتابعية للأنشطة، وهو ما يمكننا من الحصول على رؤية تصويرية للأنشطة المختلفة التي يتضمنها المشروع وعلاقة تلك الأنشطة ببعضها البعض. وعلى ذلك، يعد التمثيل البياني للمشكلة من خلال شبكة الأعمال مفيد جداً في فهم المشكلة، كما أنه يساعد في اكتشاف الأخطاء أو أي حذف في قائمة الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة أو في العلاقات التتابعية المباشرة بين الأنشطة.

وفي ضوء ما تقدم يمكن تحديد الوقت الكلي لإتمام خطة إعادة تصميم المنتج وعرضه في السوق. وهنا يثار تساؤل هو: ما هو أدنى حد ممكن للوقت الذي يمكننا فيه إتمام المشروع؟. وترجع أهمية الإجابة على هذا السؤال إلى أن الإدارة ترغب دائماً في تحديد أقل وقت لإتمام المشروع محل الدراسة، وترغب أيضاً في تحديد الأنشطة الحرجة التي يؤدي التأخير في إتمامها إلى تأخير إتمام المشروع ككل. وتقيد مثل هذه المعلومات في حالة إعادة جدولة الأنشطة وإعادة تخصيص الموارد لتلك الأنشطة بشكل يسمح بإتمام المشروع في أقل وقت ممكن وفي حدود الموارد المتاحة. إن تحليل شبكة الأعمال السابق رسمها سوف يساعدنا في الإجابة على هذا السؤال وهو ما يوضحه الكاتب في الأجزاء التالية بالتطبيق على المثال السابق ذكره.

حساب الوقت المبكر للأحداث:

الوقت المبكر لحدث معين هو الوقت الذي يجب أن يمر من بداية المشروع وحتى يتحقق هذا الحدث، وذلك بافتراض أن كل الأنشطة السابقة لهذا الحدث قد تم الانتهاء منها جميعاً في أوقاتها المقدرة دون تأخير. ويمكن حساب الوقت المبكر لحدث معين باتباع الخطوات الآتية:

١. تحديد المسارات المختلفة التي تبدأ من حدث بداية المشروع وتصل إلى الحدث المراد حساب وقته المبكر.
٢. تجميع الأوقات المتعلقة بالأنشطة المختلفة التي يتكون منها كل مسار من المسارات المؤدية إلى الحدث.
٣. حساب الوقت المبكر للحدث على أساس أطول المسارات التي تصل لهذا الحدث من حيث فترة الإتمام .

ونظراً لأنه لا توجد أنشطة سابقة لحدث بداية المشروع، فإن الوقت المبكر لحدث بداية المشروع يكون دائماً صفر.

هذا، ويمكن حساب الوقت المبكر لأي حدث بطريقة أخرى من خلال العلاقة

الرياضية التالية :

$$\text{الوقت المبكر للحدث} = \text{الوقت المبكر للحدث السابق} + \text{الوقت المتوقع للنشاط السابق للحدث المراد حساب وقته المبكر.}$$

ومن الجدير بالإشارة، أنه في حالة وجود أكثر من حدث يسبق الحدث المراد حساب وقته المبكر، يجب تحديد هذه الأحداث السابقة وأوقاتها المبكرة وإضافة الوقت

المتوقع للنشاط الذي يؤدي للحدث المراد حساب وقته المبكر إلي الوقت المبكر لكل حدث سابق. وتكون أكبر قيمة يتم الحصول عليها هي الوقت المبكر للحدث. وإذا رجعنا للمثال السابق الإشارة إليه والمتعلق بمشروع "إعادة تصميم المنتج وعرضه في السوق" فإنه يمكننا حساب الوقت المبكر لكل حدث من الأحداث التي تتضمنها شبكة الأعمال الممثلة لهذا المشروع على النحو التالي:

$$\text{الوقت المبكر للحدث} = \text{الوقت المبكر للحدث السابق} + \text{الوقت المتوقع للنشاط السابق للحدث.}$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (١)} = \text{صفر} + \text{صفر} = \text{صفر.}$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٢)} = \text{الوقت المبكر للحدث (١)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (أ).}$$

$$= \text{صفر} + ١٢ = ١٢.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٣)} = \text{الوقت المبكر للحدث (٢)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (ج).}$$

$$= ١٢ + ٦ = ١٨.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٤)} = \text{الوقت المبكر للحدث (١)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (ب).}$$

$$= \text{صفر} + ٤ = ٤.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٥)} = \text{الوقت المبكر للحدث (٤)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (د).}$$

$$= ٤ + ٤ = ٨.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٦):}$$

$$\left. \begin{array}{l} = \text{الوقت المبكر للحدث (٣)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (هـ)} \\ \text{أو} = \text{الوقت المبكر للحدث (٥)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (و)} \end{array} \right\} \text{أيهما أكبر}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢٦ = ٨ + ١٨ = \\ \text{أو} = ٨ + ٢ = ١٠ = \end{array} \right\} \text{أيهما أكبر} = ٢٦.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٧)} = \text{الوقت المبكر للحدث (٦)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (ز).}$$

$$= ٢٦ + ٢ = ٢٨.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٨)} = \text{الوقت المبكر للحدث (٧)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (ح).}$$

$$= ٢٨ + ١٢ = ٤٠.$$

$$\text{الوقت المبكر للحدث (٩)} = \text{الوقت المبكر للحدث (٨)} + \text{الوقت المتوقع للنشاط (ط).}$$



$$.٤٢ = ٢ + ٤٠ =$$

الوقت المبكر للحدث (١٠):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{الوقت المبكر للحدث (٨) + الوقت المتوقع للنشاط (ك) = أيهما} \\ \text{أو = الوقت المبكر للحدث (٩) + وقت النشاط الوهمي أكبر} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أيهما} \\ \text{أو = ٤٢ + صفر = ٤٢ = أكبر = ٤٦.} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} ٤٦ = ٦ + ٤٠ = \\ ٤٢ = صفر + ٤٢ = \end{array}$$

الوقت المبكر للحدث (١١) = الوقت المبكر للحدث (١٠) + الوقت المتوقع للنشاط
(ل).

$$.٤٨ = ٢ + ٤٦ =$$

وهكذا يتضح أن الوقت المبكر للوصول إلى الحدث (١١) مع الانتهاء من إتمام جميع الأنشطة السابقة عليه يقدر بـ ٤٨ أسبوعاً. وبالتالي، فإن الحد الأدنى للوقت اللازم لإتمام المشروع ككل هو ٤٨ أسبوعاً من بدء المشروع.

حساب الوقت المتأخر للأحداث:

الوقت المتأخر لحدث معين هو الوقت الذي يجب ألا يتأخر عنه تحقق الحدث إذا ما أردنا الانتهاء من المشروع في الموعد المقرر (المحدد) له بدون تأخير. وبالتطبيق على المثال السابق ذكره فإننا في حالة الرغبة في الانتهاء من المشروع في الوقت المقرر؛ أي بعد ٤٨ أسبوعاً فإنه من الواضح أن الوقت المتأخر للحدث الأخير يجب أن يتساوى مع الوقت المبكر لهذا الحدث، وكل منهما يساوي ٤٨ أسبوعاً، وهو يمثل الحد الأدنى للوقت اللازم لإتمام المشروع ككل. كذلك فإن الوقت المتأخر لحدث بداية المشروع، أي الحدث رقم (١)، يجب أن يتساوى مع الوقت المبكر لهذا الحدث؛ أي أن كلاهما يساوي صفر.

هذا، ويمكن حساب الوقت المتأخر للأحداث الأخرى على شبكة الأعمال وذلك بالرجوع للخلف، من اليسار إلى اليمين، حيث نبدأ بأخر حدث في شبكة الأعمال ونرجع للخلف إلى أن نصل إلى أول حدث في شبكة الأعمال مروراً بالأنشطة المختلفة للمشروع. وتتبع الخطوات التالية عموماً لحساب الوقت المتأخر لأي حدث:

١. تحديد المسارات المختلفة التي تربط حدث نهاية المشروع بالحدث المراد حساب وقته المتأخر.

٢. الرجوع من اليسار إلي اليمين وطرح مجموع الأوقات المتعلقة بالأنشطة المختلفة التي يتكون منها كل مسار علي حده من الوقت الكلي للمشروع .
٣. حساب الوقت المتأخر للحدث على أساس أنه يمثل أقل وقت يتم الحصول عليه في الخطوة السابقة.
- هذا، ويمكن حساب الوقت المتأخر لأي حدث بطريقة أخرى من خلال العلاقة الرياضية التالية :

$$\text{الوقت المتأخر للحدث} = \text{الوقت المتأخر للحدث اللاحق} - \text{الوقت المتوقع للنشاط الذي يربط الحدث بالحدث اللاحق.}$$

ومن الجدير بالإشارة، أنه في حالة وجود أكثر من حدث لاحق للحدث المراد حساب وقته المتأخر، يجب تحديد هذه الأحداث اللاحقة وأوقاتها المتأخرة ومن الوقت المتأخر لكل حدث لاحق يطرح الوقت المتوقع للنشاط الذي يربط الحدث بالحدث اللاحق. وتكون أقل قيمة يتم الحصول عليها هي الوقت المتأخر للحدث. وبالتطبيق على مثالنا السابق يتم حساب الوقت المتأخر للأحداث التي تتضمنها شبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (١٢/٤) علي النحو التالي:

الوقت المتأخر للحدث (١١) = الوقت المبكر للحدث (١١) = ٤٨ .

الوقت المتأخر للحدث (١٠) = الوقت المتأخر للحدث (١١) - وقت إتمام النشاط (ل).

$$= ٤٨ - ٢ = ٤٦ .$$

الوقت المتأخر للحدث (٩) = الوقت المتأخر للحدث (١٠) - وقت النشاط الوهمي.

$$= ٤٦ - \text{صفر} = ٤٦ .$$

الوقت المتأخر للحدث (٨) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{أيهما} \\ \text{أقل} \end{array} \right\} \begin{array}{l} = \text{الوقت المتأخر للحدث (٩) - وقت إتمام النشاط (ط)} \\ = \text{الوقت المتأخر للحدث (١٠) - وقت إتمام النشاط (ك)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أيهما} \\ \text{أقل} \end{array} \right\} \begin{array}{l} = ٤٤ = ٢ - ٤٦ \\ = ٤٠ = ٦ - ٤٦ \\ = ٤٠ . \end{array}$$

الوقت المتأخر للحدث (٧) = الوقت المتأخر للحدث (٨) - وقت إتمام النشاط (ح).

$$.٢٨ = ١٢ - ٤٠ =$$

الوقت المتأخر للحدث (٦) = الوقت المتأخر للحدث (٧) - وقت إتمام النشاط (ز).

$$.٢٦ = ٢ - ٢٨ =$$

الوقت المتأخر للحدث (٥) = الوقت المتأخر للحدث (٦) - وقت إتمام النشاط (و).

$$.٢٤ = ٢ - ٢٦ =$$

الوقت المتأخر للحدث (٤) = الوقت المتأخر للحدث (٥) - وقت إتمام النشاط (د).

$$.٢٠ = ٤ - ٢٤ =$$

الوقت المتأخر للحدث (٣) = الوقت المتأخر للحدث (٦) - وقت إتمام النشاط (هـ).

$$.١٨ = ٨ - ٢٦ =$$

الوقت المتأخر للحدث (٢) = الوقت المتأخر للحدث (٣) - وقت إتمام النشاط (ج).

$$.١٢ = ٦ - ١٨ =$$

الوقت المتأخر للحدث (١):

الوقت المتأخر للحدث (٤) - وقت إتمام النشاط (ب) } أيهما

أو = الوقت المتأخر للحدث (٢) - وقت إتمام النشاط (أ) } أقل

$$أيهما \left\{ \begin{array}{l} ١٦ = ٤ - ٢٠ = \\ \text{أقل} = ١٢ - ١٢ = \text{صفر} \end{array} \right.$$

$$\text{أقل} = \text{صفر}.$$

يلاحظ أنه عند حساب الوقت المتأخر للحدث (٨) وجود نشاطين يبدأان من هذا الحدث وهما النشاطين (ط) ، (ك) ، وهو ما يعنى إمكانية حساب وقتين متأخرين لهذا الحدث . ولكن نظراً لضرورة إتاحة متسع من الوقت لجميع الأنشطة اللاحقة لهذا الحدث لكي تنتهي في موعدها دون تأخير في وقت إتمام المشروع ككل فإنه يتعين اختيار أقل وقت متأخر للحدث (٨) وقدره ٤٠ أسبوع . وتطبق هذه الملحوظة أيضاً على الحدث رقم (١) .

حساب الوقت الراكد للأحداث والأنشطة:

يشير الوقت الراكد Slack or Float Time للحدث إلى مقدار التأخير الذي يمكن قبوله أو السماح به للوصول إلى ذلك الحدث دون أن يؤدي ذلك إلى تأخير



تاريخ إتمام المشروع ككل . ويمثل الوقت الراكد الكلي Total Float للحدث الفرق بين الوقت المبكر والوقت المتأخر لذلك الحدث ، وبحسب كالاتي :

الوقت الراكد الكلي للحدث = الوقت المتأخر للحدث - الوقت المبكر للحدث.

بالتطبيق على مثالنا السابق، يمكن حساب الوقت الراكد الكلي للأحداث التي تتضمنها شبكة الأعمال الممثلة للمشروع كالاتي :

جدول رقم (٤ / ١) نتائج تحليل شبكة الأعمال

الحدث	الوقت المبكر للحدث (١)	الوقت المتأخر للحدث (٢)	الوقت الراكد الكلي (٢) - (١)	ملاحظات
١	صفر	صفر	صفر	حرج
٢	١٢	١٢	صفر	حرج
٣	١٨	١٨	صفر	حرج
٤	٤	٢٠	١٦	غير حرج
٥	٨	٢٤	١٦	غير حرج
٦	٢٦	٢٦	صفر	حرج
٧	٢٨	٢٨	صفر	حرج
٨	٤٠	٤٠	صفر	حرج
٩	٤٢	٤٦	٤	غير حرج
١٠	٤٦	٤٦	صفر	حرج
١١	٤٨	٤٨	صفر	حرج

توضح النتائج التي أسفر عنها تحليل شبكة الأعمال الممثلة للمشروع والتي يتضمنها الجدول رقم (٤ / ١) أن الأوقات الراكدة للأحداث ١، ٢، ٣، ٦، ٧، ٨، ١٠، ١١ تساوي صفر، وهو ما يشير إلى أن تلك الأحداث هي أحداث حرجة Critical

Events، وتتطلب عناية خاصة لكي تحدث في الأوقات المخططة لها إذا ما رغبتنا في إنجاز المشروع في موعده المحدد.

ومن الجدير بالإشارة أن الوقوف على ما إذا كان النشاط حرج أم غير حرج لا يمكن تحديده بدرجة موثوق فيها من خلال تطابق أو عدم تطابق الوقت المبكر والوقت المتأخر لحدثي بدء وانتهاء النشاط. على سبيل المثال ، إذا أخذنا في الاعتبار الحدث رقم (٨) والحدث رقم (١٠) ، والنشطين (ط) ، (ك) الواقعين بينهما كما هو وارد بشبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (١٣/٤) ، فإننا نلاحظ أن الوقت المبكر والوقت المتأخر متطابقان بالنسبة للحدث رقم (٨) والحدث رقم (١٠) كما هو موضح بالجدول رقم (١/٤). ومع ذلك، فإن النشاط (ك) نشاطاً حرجاً، في حين أن النشاط (ط) نشاط غير حرج.

وعلى ذلك ، فإن جدولة الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة يتطلب ضرورة تحديد وقت البدء ووقت الانتهاء بالنسبة لكل نشاط من هذه الأنشطة . ويمكن عن طريق الاستعانة بأوقات الأحداث السابق تحديدها الحصول على المعلومات الآتية بالنسبة لكل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع :

١. **الوقت المبكر لبدء النشاط** : وهو أقرب وقت يمكن البدء فيه بتنفيذ النشاط بشرط أن ينتهي إتمام كل الأنشطة المباشرة السابقة عليه في أوقاتها المبكرة ؛ أي أنه يمثل وقت الانتهاء المبكر للنشاط السابق . ويحسب الوقت المبكر للأنشطة باستخدام الوقت المبكر للأحداث كما يلي :

الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ من عنده النشاط.

٢. **الوقت المبكر لانتهاء النشاط** : وهو أقرب وقت يمكن أن ينتهي فيه إتمام النشاط، ويحسب كالآتي:

الوقت المبكر لانتهاء النشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط + الوقت المتوقع للنشاط.

٣. **الوقت المتأخر لبدء النشاط** : وهو آخر وقت يمكن أن يبدأ فيه النشاط دون أن يؤثر علي إتمام المشروع في الوقت المحدد وفقاً للمسار الحرج، ويحسب بالعلاقة التالية:

الوقت المتأخر لبدء النشاط = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط - الوقت المتوقع للنشاط.

٤. **الوقت المتأخر لانتهاج النشاط:** وهو آخر وقت يمكن أن ينتهي عنده النشاط دون أن يؤثر علي إتمام المشروع في الوقت المحدد، ويحسب كآآتي:
- الوقت المتأخر لانتهاج النشاط = الوقت المتأخر للحدث الذي ينتهي .
- ومن الجدير بالإشارة، أنه إذا تساوي الوقت المبكر والوقت المتأخر لبدء النشاط فإن النشاط في هذه الحالة قد يكون نشاطاً حرجاً، وأيضاً إذا تساوي الوقت المبكر والوقت المتأخر لانتهاج النشاط فإن النشاط في هذه الحالة قد يكون نشاطاً حرجاً.
٥. **الوقت الراكذ الكلي للنشاط:** هو الحد الأقصى لمقدار التأخير في إتمام النشاط دون أن يؤثر ذلك في علي الموعد المحدد لإتمام المشروع في المسار الحرج. ويتحدد بالفرق بين الوقت المتأخر لبدء النشاط والوقت المبكر لبدء النشاط، أو بالفرق بين الوقت المتأخر لانتهاج النشاط والوقت المبكر لانتهاج النشاط.
- وبالتطبيق على مثالنا السابق يمكن تحديد وقت البدء (المبكر والمتأخر) ووقت الانتهاء (المبكر والمتأخر) والوقت الراكذ الكلي لكل نشاط من أنشطة المشروع محل الدراسة ، كما هو موضح بالجدول رقم (٢/٤) التالي:

جدول رقم (٢/٤)

الخطة الزمنية لأنشطة المشروع

ملاحظات	الوقت الراكذ للنشاط (٨)	الوقت المتأخر		الوقت المبكر		الوقت المتوقع للنشاط (٣)	حدثي البدء والانتهاء (٢)	النشاط (١)
		للانتهاء (٧)	للبدء (٦)	للانتهاء (٥)	للبدء (٤)			
حرج	صفر	١٢	صفر	١٢	صفر	١٢	٢ - ١	أ
غير حرج	١٦	٢٠	١٦	٤	صفر	٤	٤ - ١	ب
حرج	صفر	١٨	١٢	١٨	١٢	٦	٣ - ٢	ج
غير حرج	١٦	٢٤	٢٠	٨	٤	٤	٥ - ٤	د
حرج	صفر	٢٦	١٨	٢٦	١٨	٨	٦ - ٣	هـ
غير حرج	١٦	٢٦	٢٤	١٠	٨	٢	٦ - ٥	و
حرج	صفر	٢٨	٢٦	٢٨	٢٦	٢	٧ - ٦	ز

ح	٧-٨	١٢	٢٨	٤٠	٢٨	٤٠	صفر	حرج
ط	٨-٩	٢	٤٠	٤٢	٤٤	٤٦	٤	غير حرج
ك	٨-١٠	٦	٤٠	٤٦	٤٠	٤٦	صفر	حرج
ل	١٠-١١	٢	٤٦	٤٨	٤٦	٤٨	صفر	حرج

تم تحديد الأوقات المختلفة لأنشطة المشروع في الجدول السابق كما يلي:

- الوقت المبكر لبدء النشاط بعمود رقم (٤) بالجدول السابق هو عبارة عن الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ منه النشاط، ولقد تم الحصول عليه من الجدول رقم (١/٤).
- الوقت المبكر لانتهاج النشاط (عمود رقم ٥) = الوقت المبكر لبدء النشاط (عمود رقم ٤) + الوقت المتوقع للنشاط (عمود رقم ٣).
- الوقت المتأخر لانتهاج النشاط (عمود رقم ٧) = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط، ولقد تم الحصول عليه من الجدول رقم (١/٤).
- الوقت المتأخر لبدء النشاط (عمود رقم ٦) = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط (عمود رقم ٧) - الوقت المتوقع للنشاط (عمود رقم ٣).
- الوقت الراكذ الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لبدء النشاط (عمود رقم ٦) - الوقت المبكر لبدء النشاط (عمود رقم ٤)، أو = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط (عمود رقم ٧) - الوقت المبكر لانتهاج النشاط (عمود رقم ٥).

حساب الوقت الراكذ الحر والمستقل للأنشطة:

يشير الوقت الراكذ الحر Free Slack للنشاط إلى مقدار التأخير الممكن في إتمام النشاط (وهو ما يعنى الزيادة في وقت إتمام النشاط) إذا بدأ النشاط في وقته المبكر وبدأت الأنشطة اللاحقة لهذا النشاط في أوقاتها المبكرة. أما بالنسبة للوقت الراكذ المستقل Independent Slack فإنه يشير إلى مقدار التأخير الممكن بالنسبة للنشاط إذا كانت كل الأنشطة السابقة للنشاط تبدأ متأخرة بقدر ما يمكن، في حين أن كل الأنشطة اللاحقة للنشاط تبدأ في أوقاتها المبكرة.

وتتمثل أهمية حساب الوقت الراكذ الحر في أنه يدفع الوقت الراكذ الكلي المرتبط بسلسلة الأنشطة غير الحرجة المتعاقبة (المتتالية) إلى النشاط الأخير في

السلسلة، بينما تتمثل أهمية الوقت الراكد المستقل في أنه يرتبط فقط بنشاط واحد وليس بسلسلة مكونة من اثنين أو أكثر من الأنشطة .

ويمكن حساب الوقت الراكد الحر والوقت الراكد المستقل لأي نشاط على النحو

التالي:

الوقت الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق مباشرة للنشاط المراد حساب راكمه الحر – الوقت المبكر لانتهاء النشاط المراد حساب راكمه الحر.

وإذا فرض أن كان هناك أكثر من نشاط للاحق للنشاط المراد حساب راكمه الحر، فإن الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق، الذي تتضمنه الصيغة السابقة، يتحدد على أساس أقل وقت بدء مبكر بالنسبة للأنشطة اللاحقة للنشاط المراد حساب راكمه الحر.

الوقت الراكد المستقل للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق مباشرة للنشاط – الوقت المتأخر لانتهاء النشاط السابق مباشرة للنشاط – الوقت المتوقع لإتمام النشاط.

وإذا كان هناك أكثر من نشاط للاحق للنشاط المراد حساب راكمه المستقل، فإن الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق، الذي تتضمنه الصيغة السابقة، يتحدد على أساس أقل وقت بدء مبكر بالنسبة للأنشطة اللاحقة للنشاط المراد حساب راكمه المستقل. ومن ناحية أخرى إذا كان هناك أكثر من نشاط سابق مباشرة للنشاط المراد حساب راكمه المستقل، فإن الوقت المتأخر لانتهاء النشاط السابق، الذي تتضمنه الصيغة السابقة، يتحدد على أساس أكبر وقت انتهاء متأخر للأنشطة السابقة للنشاط المراد حساب راكمه المستقل.

ومن الجدير بالإشارة، أنه إذا ما أدت الصيغة المشار إليها لحساب الوقت الراكد المستقل لأي نشاط إلى رقم سالب، في هذه الحالة يؤخذ الراكد المستقل للنشاط على أنه صفر .

وبالتطبيق على مثالنا السابق، يمكن حساب الوقت الراكد الحر والوقت الراكد المستقل بالنسبة للأنشطة غير الحرجة المشار إليها بالجدول رقم (٢/٤) ومع الاستعانة بشبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (١٣/٤) وذلك على النحو التالي:

بالنسبة للنشاط (ب) :

الراكد الحر = الوقت المبكر لبدء النشاط (د) - الوقت المبكر لبدء النشاط (ب) -
الوقت المتوقع للنشاط (ب).

$$= 4 - 4 = \text{صفر.}$$

الراكد المستقل = الوقت المبكر لبدء النشاط (د) - الوقت المتوقع للنشاط (ب)

$$= 4 - 4 = \text{صفر.}$$

بالنسبة للنشاط (د) :

الراكد الحر = الوقت المبكر لبدء النشاط (و) - الوقت المبكر لبدء النشاط (د) -
الوقت المتوقع للنشاط (د)

$$= 8 - 4 - 4 = \text{صفر.}$$

الراكد المستقل = الوقت المبكر لبدء النشاط (و) - الوقت المتأخر لانتهاء النشاط (ب) -
الوقت المتوقع للنشاط (د).

$$= 8 - 20 - 4 = -16.$$

ونظراً لأن نتيجة الحساب هي رقم سالب فإن الوقت الراكد المستقل للنشاط (د) يكون
في هذه الحالة صفر.

بالنسبة للنشاط (و) :

الراكد الحر = الوقت المبكر لبدء النشاط (ز) - الوقت المبكر لبدء النشاط (و) -
الوقت المتوقع للنشاط (و).

$$= 26 - 8 - 2 = 16.$$

الراكد المستقل = الوقت المبكر لبدء النشاط (ز) - الوقت المتأخر لانتهاء النشاط (د) -
الوقت المتوقع للنشاط (و)

$$= 26 - 24 - 2 = \text{صفر.}$$

بالنسبة للنشاط (ط) :

الراكد الحر = الوقت المبكر لبدء النشاط (ل) - الوقت المبكر لبدء النشاط (ط) -
الوقت المتوقع للنشاط (ط).

$$= 46 - 40 - 2 = 4.$$

الراكد المستقل = الوقت المبكر لبدء النشاط (ل) - الوقت المتأخر لانتهاء النشاط
(ح) - الوقت المتوقع للنشاط (ط).



$$= 46 - 40 - 2 = 4.$$

هذا، ويمكن تلخيص نتائج حساب الوقت الراكد الحر والمستقل للأنشطة غير الحرجة في الجدول رقم (٣/٤) التالي:

جدول رقم (٣/٤)

الراكد الحر والمستقل للأنشطة غير الحرجة

النشاط	الوقت الراكد الحر	الوقت الراكد المستقل
ب	صفر	صفر
د	صفر	صفر
و	١٦	صفر
ط	٤	٤

ويتضح من الجدول السابق أن الوقت الراكد الحر قد دفع بالوقت الراكد الكلي المرتبط بسلسلة الأنشطة المتتابعة (ب) ، (د) ، (و) إلى النشاط الأخير في السلسلة وهو النشاط (و) . أما بالنسبة للنشاط (ط) فإنه لا يقع في سلسلة متتابعة من الأنشطة غير الحرجة، كما هو الحال بالنسبة للأنشطة (ب) ، (د) ، (و) ، ويقدر الوقت الراكد الحر للنشاط (ط) ، كنشاط غير حرج قائم بذاته، بأربعة أسابيع وهو يساوي الوقت الراكد الكلي للنشاط، كما يقدر الوقت الراكد المستقل للنشاط (ط) بأربعة أسابيع .

وبعد أن انتهينا من توضيح كيفية حساب وقت البدء المبكر والمتأخر ووقت الانتهاء المبكر والمتأخر بالنسبة لكل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة ، وأيضاً توضيح كيفية حساب الوقت الراكد الكلي والوقت الراكد الحر والوقت الراكد المستقل بالنسبة لكل نشاط ، نود أن نشير إلى أن مثل هذه المعلومات تساعد الإدارة في جدولة الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة ، وتخصيص الموارد المتاحة بما يحقق أقصى استفادة ممكنة من هذه الموارد ، وبما يضمن إنجاز المشروع في الوقت المخطط له بنجاح . وهذا ما سوف نتناوله بالتفصيل في الأجزاء التالية من هذا الفصل .

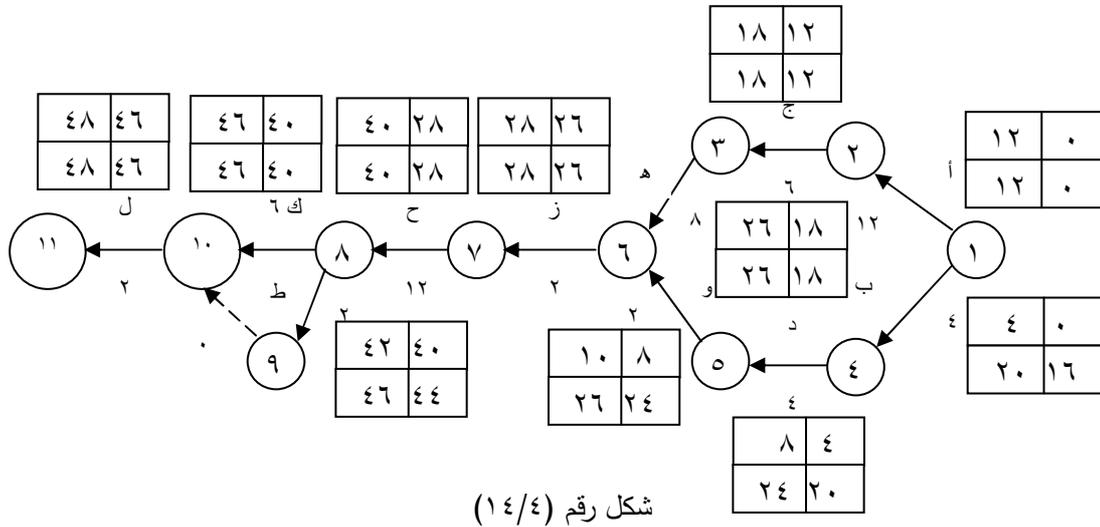
استخدام أسلوب المسار الحرج لتحليل شبكة الأعمال:



يهدف أسلوب المسار الحرج إلي رقابة تنفيذ المشروعات التي تتكون من عدة أنشطة وتحديد الأنشطة التي يستلزم وضعها تحت رقابة مستمرة (الأنشطة الحرجة) لأنها قد تسبب تعطيل إتمام المشروع كله، وتحديد المسار الذي ينبغي تتبعه باستمرار لأن أي تأخير يحدث للأنشطة التي تقع علي هذا المسار - وهو المسار الحرج- ستؤدي إلي تأخير المشروع بكامله.

مفهوم المسار الحرج وكيفية تحديده:

يمكن تعريف المسار الحرج بأنه عبارة عن تتابع مجموعة من الأنشطة الحرجة المتصلة، التي تبدأ من حدث بدء المشروع وتنتهي بحدث انتهاء المشروع، ويكون مجموع أوقات إتمام الأنشطة الحرجة المكونة للمسار هو الحد الأدنى لوقت إتمام المشروع ككل . وإذا رجعنا إلي شبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (١٣/٤) والخطة الزمنية للأنشطة الموضحة بالجدول رقم (٢/٤) فإنه يمكننا تحديد المسار الحرج للمشروع ، وبالتالي تحديد الحد الأدنى للوقت اللازم لإتمام المشروع . وهذا يتطلب منا إعادة رسم شبكة الأعمال مع توضيح الأوقات المبكرة والمتأخرة للأنشطة على الشبكة كما هو موضح بالشكل رقم (١٤/٤) الآتي:



يوضح الشكل رقم (١٤/٤) المسار الحرج والذي يتكون من مجموعة الأنشطة الحرجة المتتالية (أ) ، (ج) ، (هـ) ، (ز) ، (ح) ، (ك) ، (ل) . ويعد المسار الحرج أطول مسار على الشبكة ، وهو يمثل الحد الأدنى لوقت إتمام المشروع ككل إذا تم تنفيذ جميع الأنشطة يتضمنها المشروع في الأوقات المتوقعة لها . ويحسب المسار

الحرص على أساس التي تجميع الأوقات المتوقعة للأنشطة التي يتكون منها المسار وذلك على النحو التالي :

$$\text{طول المسار الحرج (الوقت اللازم لإتمام المشروع)} = 12 + 6 + 8 + 2 + 12 + 2 = 48 \text{ أسبوع.}$$

ومن الجدير بالإشارة، أننا نفترض ضمناً عند حساب الوقت اللازم لإتمام المشروع، والذي يقدر بـ 48 أسبوع ، أنه يوجد لدينا موارد كافية تمكننا من تنفيذ الأنشطة بشكل متزامن إذا تطلبت ذلك. على سبيل المثال، النشاطين أ ، ب يمكن تنفيذهما بشكل متزامن وإذا لم يتحقق هذا الفرض فإننا سوف نواجه مشاكل تتمثل في تعطيل تنفيذ المشروع.

هذا، وقد تتضمن شبكة الأعمال أكثر من نشاط حرج. على سبيل المثال ، إذا فرضنا في مثالنا الذي نحن بصدد أن النشاط (ط) استغرق ستة أسابيع لكي يكتمل إنجازها، وبذلك يصبح مثل النشاط (ك) من حيث وقت الإنجاز . في هذه الحالة يتحول النشاط (ط) إلى نشاط حرج ، ويصبح لدينا مسارين حرجين هما المسار الحرج القديم ويتكون من الأنشطة الحرجة أ، ج، هـ، ز، ح، ك، ل والمسار الحرج الجديد ويتكون من الأنشطة الحرجة أ ، ج ، هـ ، ز ، ح ، ط ، ل .

أثر التعديل في أوقات إتمام الأنشطة:

يتطلب الأمر في كثير من الأحيان أن نتنبأ بأثر التغيير في وقت إتمام النشاط على الوقت الكلي لإتمام المشروع ككل. وعلى ذلك، نوضح في الجدول رقم (4/4) التالي أثر التغيير في وقت إتمام النشاط على الوقت الكلي لإتمام المشروع ككل:

جدول رقم (4/4)

أثر التغيير في وقت إتمام النشاط على الوقت الكلي لإتمام المشروع

أثر التغيير في وقت النشاط على الوقت الكلي لإتمام المشروع		نوع التغيير في وقت النشاط
النشاط غير الحرج	النشاط الحرج	

<p>لا يتأثر الوقت الكلي لإتمام المشروع إذا كان مقدار الزيادة في وقت إتمام النشاط غير الحرج أقل من أو يساوي الوقت الراكد للنشاط. وإذا كان مقدار الزيادة في وقت إتمام النشاط غير الحرج أكبر من الوقت الراكد للنشاط فإن الوقت الكلي لإتمام المشروع يزداد بمقدار الفرق بين الزيادة في وقت إتمام النشاط والوقت الراكد للنشاط</p>	<p>يزداد الوقت الكلي لإتمام المشروع بمقدار الزيادة في وقت إتمام النشاط الحرج</p>	<p>الزيادة في وقت إتمام النشاط بمقدار فترة زمنية معينة</p>
<p>لا يتأثر الوقت الكلي لإتمام المشروع بالنقص في وقت النشاط غير الحرج.</p>	<p>يتأثر الوقت الكلي لإتمام المشروع بالنقص في وقت إتمام النشاط الحرج، ويتطلب الأمر في هذه الحالة إعادة حساب الوقت الكلي لإتمام المشروع للوقوف على هذا الأثر.</p>	<p>النقص في وقت إتمام النشاط بمقدار فترة زمنية معينة.</p>

الإحلال بين الوقت والتكلفة:

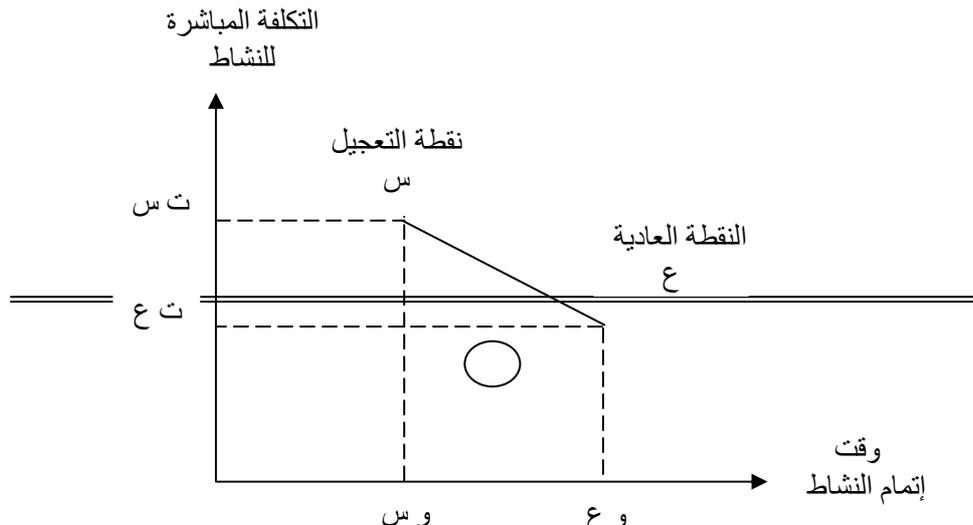
يقوم أسلوب المسار الحرج في تحليل شبكة الأعمال على افتراض أساسي مؤداه أن هناك علاقة خطية تناسبية بين الأوقات اللازمة لإتمام أنشطة المشروع محل الدراسة ومستوى الموارد التي تخصص لهذه الأنشطة. ويعنى هذا الافتراض أنه كلما زادت الموارد المخصصة للأنشطة (وهو ما يعنى زيادة التكلفة) كلما انخفضت الأوقات اللازمة لإتمام هذه الأنشطة. وعلى هذا الأساس، فإن تخصيص موارد إضافية (رأس المال، العمل، المواد الأولية، الآلات) للنشاط يمكن أن يؤدي إلى تخفيض الوقت اللازم لإتمام النشاط إلى حد معين؛ التعجيل (الإسراع) Crashing بالنشاط. ويطلق على التكاليف الإضافية التي تترتب على تخفيض وقت النشاط تكلفة تعجيل النشاط Crashing Cost.

ولقد أشرنا فيما سبق أن الأوقات اللازمة لإتمام الأنشطة الحرجة هي التي تحدد وقت إتمام المشروع ككل. وبالتالي يمكن عن طريق التعجيل بالأنشطة الحرجة تخفيض الوقت اللازم لإتمام المشروع ككل. هذا، ويؤدي التعجيل (الإسراع) بالأنشطة إلى زيادة إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع، ولكن من ناحية أخرى قد ينتج عن التخفيض في الوقت الكلي اللازم لإتمام المشروع مزايا أو عوائد أخرى تعوض الزيادة في التكاليف المباشرة. وقد تشمل هذه المزايا تخفيض التكاليف غير المباشرة للمشروع مثل إيجار المعدات، ومرتبات المشرفين على العمل، التسهيلات، وغيرها من عناصر التكاليف غير المباشرة الأخرى التي تربطها علاقة خطية تناسبية بوقت إتمام المشروع ككل (أي كلما زادت مدة إتمام المشروع زادت التكلفة وكلما قصرت المدة انخفضت التكلفة).

وبالإضافة إلى المزايا التي قد تترتب على تخفيض الوقت الكلي اللازم لإتمام المشروع، فإنه قد توجد أيضاً بعض المنافع الاقتصادية الأخرى التي تترتب على إتمام المشروع طبقاً لما هو مخطط. ومن هذه المنافع على سبيل المثال حصول المنتج الجديد على حصة أكبر في السوق إذا تم تقديمه للسوق قبل المنافسين الآخرين. بالإضافة إلى ذلك، قد تحدد بعض التعاقدات المتعلقة بالمشروع - طبقاً لشروط التعاقد - حوافز بالنسبة لإتمام المشروع في وقت أسرع مما هو متفق عليه، وجزاءات إذا تأخر إتمام المشروع عن الوقت المحدد المتفق عليه.

وفي ضوء ما سبق فإن إجمالي تكلفة المشروع هي عبارة عن مجموع التكاليف المباشرة للأنشطة التي يتكون منها المشروع (المتناسبة مع أوقات الأنشطة) والتكاليف غير المباشرة للمشروع (المتناسبة مع الوقت الكلي للمشروع).

هذا، ويمكن توضيح العلاقة بين الوقت والتكلفة المباشرة بالنسبة لكل نشاط وذلك على النحو التالي (مع تذكر الافتراض الذي يركز عليه أسلوب المسار الحرج وهو أنه بالنسبة لكل نشاط فإن وقت إتمامه يمكن أن يقع في مدى مع الاحتفاظ بالعلاقة الخطية بين التكلفة المباشرة ووقت إتمام النشاط داخل هذا المدى):



حيث يفترض في الشكل السابق أن:

و ع = الوقت العادي لإتمام النشاط، وهو يمثل الحد الأقصى من الوقت اللازم لإتمام النشاط وذلك إذا لم يتم تخصيص أية موارد إضافية له.

و س : الوقت المتسرع لإتمام النشاط، وهو يمثل الحد الأدنى من الوقت اللازم لإتمام النشاط، وذلك إذا تم تخصيص أقصى قدر من الموارد لذلك النشاط.

ت ع : التكلفة العادية للنشاط، وهي التكلفة التي تتحملها الإدارة إذا رغبت في إنجاز النشاط في حدود الوقت العادي المحدد لإتمامه.

ت س : التكلفة المتسرفة للنشاط، وهي التكلفة التي تتحملها الإدارة إذا رغبت في إنجاز النشاط في أقل وقت ممكن (والذي يتحقق عن طريق تخصيص أقصى قدر من الموارد لذلك النشاط).

يوضح الشكل رقم (١٥/٤) العلاقة بين وقت إتمام النشاط والتكلفة المباشرة للنشاط، ويفترض هذا الشكل كما سبق ذكره وجود علاقة خطية تناسبية بين وقت إتمام النشاط والتكلفة المباشرة للنشاط، الأمر الذي يعني أنه كلما انخفض وقت إتمام المشروع زادت التكلفة بنفس النسبة والعكس كلما زاد وقت إتمام المشروع انخفضت التكلفة بنفس النسبة . وبالتالي إذا نظرنا إلى الشكل نلاحظ أن تخفيض وقت إتمام المشروع من النقطة و ع (الوقت العادي) إلى النقطة و س (الوقت المتسرع) يؤدي إلى زيادة التكلفة المباشرة للنشاط من النقطة ت ع (التكلفة العادية) إلى النقطة ت س (التكلفة المتسرفة) . وعلى ذلك، فإن وقت إتمام النشاط يمكن أن يقع في مدى يتراوح بين النقطتين و ع (الوقت العادي)، و س (الوقت المتسرع) حيث تتحدد التكلفة المباشرة للنشاط على هذا الأساس وذلك بافتراض العلاقة الخطية بين الوقت والتكلفة كما سبق ذكره . وفي هذه الحالة يكون لدى الإدارة عدة بدائل لوقت إتمام النشاط تقع

ما بين الوقت العادي والوقت المتسرع ، ويرتبط بكل بديل من هذه البدائل تكلفة معينة للنشاط تقع هي الأخرى ما بين التكلفة العادية والتكلفة المتسرعة للنشاط . وعندما تقوم الإدارة بدراسة البدائل المتعلقة بوقت إتمام المشروع فإنه يتعين عليها أولاً تحديد ميل التكلفة Cost Slope . ويشير ميل التكلفة إلى مقدار التكلفة الإضافية التي يتعين تحملها في حالة تخفيض وقت إتمام النشاط بوحدة زمنية واحدة (ساعة أو يوم أو أسبوع) ، ويحسب ميل التكلفة لأي نشاط وفقاً للعلاقة التالية :

$$\text{ميل التكلفة} = \frac{\text{التكلفة المتسرعة} - \text{التكلفة العادية}}{\text{الوقت العادي} - \text{الوقت المتسرع}}$$

الإحلال بين الوقت والتكلفة بافتراض أن هذا الإحلال يؤثر على التكاليف المباشرة وغير المباشرة للمشروع:

تتمثل مشكلة الإدارة في هذه الحالة في تحديد مقدار الوقت الذي يتم به تعجيل كل الأنشطة المختلفة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة والذي من شأنه أن يجعل التكلفة الكلية للمشروع (إجمالي التكلفة المباشرة والتكلفة غير المباشرة) عند حدها الأدنى؛ أي تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع الذي يترتب عليه أقل تكلفة ممكنة للمشروع ككل.

ويتطلب تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع في هذه الحالة تحديد الوقت العادي والمتسرع بالنسبة لكل نشاط من أنشطة المشروع، وأيضاً تحديد التكلفة العادية والمتسرعة لكل نشاط والتكاليف غير المباشرة للمشروع ككل. ولإيضاح ذلك نعود إلى مثالنا السابق المتعلق بإعادة تصميم أحد المنتجات وعرضه في السوق. مع افتراض أنه بالإضافة إلى البيانات التي تضمنها المثال توافرت أيضاً البيانات الموضحة بالجدول رقم (٥/٤) عن تقديرات الوقت العادي والمتسرع وكذلك التكلفة المباشرة العادية والمتسرعة لكل نشاط من أنشطة المشروع:

جدول رقم (٥/٤)

النشاط	حدثي البدء والانتها	التكلفة المباشرة (بالجنيه)		الوقت (بالأسبوع)	
		العادية	التكلفة	المتسرع	العادي
أ	٢ - ١	٨	١٢	٢٤٠	٣٤٠
ب	٤ - ١	٤	٤	٦٠	٦٠

يوضح شكل رقم (١٦/٤) أن المدة اللازمة لإتمام المشروع هي ٤٨ أسبوع، وهي تمثل طول المسار الحرج الذي يتكون من الأنشطة أ، ج، هـ، ز، ح، ك، ل. وتمثل هذه المدة الوقت العادي لإتمام المشروع وذلك بفرض توافر الموارد الكافية والتي تلزم لتنفيذ أنشطة المشروع في الأوقات العادية المحددة لها.

وإذا فرضنا أن الأنشطة المختلفة للمشروع سيتم تنفيذها في الأوقات العادية المخططة لها، فإنه يمكن حساب إجمالي تكلفة المشروع في هذه الحالة كالآتي:

إجمالي تكلفة المشروع = التكلفة المباشرة العادية + التكلفة غير المباشرة.

$$= ٩٥٠ + (٤٨ أسبوع \times ١٥ جنيه) = ١٦٧٠ جنيه.$$

ثانياً: تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع والتكلفة الإجمالية على هذا الأساس:

إذا أخذنا في الاعتبار الأنشطة الحرجة المكونة للمسار الحرج- وهي الأنشطة أ، ج، هـ، ز، ح، ك، ل- والوقت المتسرع لإتمام كل نشاط من هذه الأنشطة، فإنه يمكننا تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع ككل كالآتي:

الوقت المتسرع لإتمام المشروع = ٨ + ٦ + ٤ + ١ + ١٠ + ٤ + ٢ = ٣٥ أسبوع.

وإذا فرضنا أن الأنشطة المختلفة للمشروع سيتم تنفيذها في الأوقات المتسرة المخططة لها، فإنه يمكن حساب إجمالي تكلفة المشروع في هذه الحالة كالآتي:

إجمالي تكلفة المشروع = التكلفة المباشرة المتسرة + التكلفة غير المباشرة.

$$= ١٣٤٠ + (٣٥ أسبوع \times ١٥ جنيه) = ١٨٦٥ جنيه.$$

ثالثاً: تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع والتكلفة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس:

قد ترغب الإدارة في ظل ظروف معينة في اتخاذ قرار بتعجيل إتمام المشروع في فترة أقل من الوقت العادي لإتمام المشروع. وفي هذه الحالة يتعين أن يتوافر لدى الإدارة الموارد الكافية التي تمكنها من تعجيل إتمام المشروع، وما يترتب على ذلك من ارتفاع التكلفة التي تتحملها الإدارة مقابل التعجيل بإتمام المشروع. ولقد اتضح لنا مما سبق أن التكلفة المباشرة العادية للمشروع التي تحددت على أساس الوقت العادي

لإتمام المشروع تقدر بمبلغ ٩٥٠ جنيهه، والتكلفة المباشرة المتسارعة للمشروع التي تحددت على أساس الوقت المتسرع (أقل وقت ممكن لإتمام المشروع بافتراض توافر الموارد اللازمة لذلك) تقدر بمبلغ ١٣٤٠ جنيهه . وهذا يعني أن الزيادة في التكاليف المباشرة المترتبة على تعجيل إتمام المشروع تقدر بمبلغ ٣٩٠ جنيهه (١٣٤٠ - ٩٥٠) . من ناحية أخرى ترتب على تعجيل إتمام المشروع تخفيض التكاليف غير المباشرة للمشروع بمقدار ١٩٥ جنيهه (٧٢٠ - ٥٢٥) . وإذا أخذنا في الاعتبار مقدار الزيادة في التكاليف المباشرة للمشروع وقدره ٣٩٠ جنيهه ومقدار التخفيض في التكاليف غير المباشرة للمشروع وقدره ١٩٥ جنيهه، فإن صافي مقدار الزيادة في التكلفة الإجمالية للمشروع يقدر بمبلغ ١٩٥ جنيهه (٣٩٠ - ١٩٥) .

وهكذا يتضح أن الإدارة يمكنها تخفيض وقت إتمام المشروع من ٤٨ أسبوع إلى ٣٥ أسبوع، ولكنها ستتحمل مقابل هذا التخفيض في وقت إتمام المشروع زيادة في التكاليف الإجمالية للمشروع قدرها ١٩٥ جنيهه. وقد ترى الإدارة أنه من الأفضل الإحلال بين التكلفة والوقت بشكل يحقق التوازن بين مقدار التخفيض في وقت إتمام المشروع ومقدار الزيادة في تكلفة المشروع المترتبة على هذا التخفيض . وعندما يتحقق هذا التوازن يتحدد الوقت الأمثل لإتمام المشروع.

وعلى ذلك، نوضح فيما يلي كيفية تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع، في حالة الإحلال بين التكلفة والوقت ، والذي يحقق أقل تكلفة ممكنة للمشروع:

١- حساب مقدار التخفيض المسموح به وميل التكلفة لكل نشاط وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (٦/٤) التالي :

جدول رقم (٦/٤)

النشاط	التخفيض المسموح به في وقت النشاط (١)	التكاليف المباشرة الإضافية (٢)	ميل التكلفة (٣) = (١) ÷ (٢)
أ	٤	١٠٠	٢٥
ب	صفر	صفر	صفر
ج	صفر	صفر	صفر
د	صفر	صفر	صفر
هـ	٤	٢٢٠	٥٥

و	صفر	صفر	صفر
ز	٢٢	٢٢	٢٢
ح	٢٤	١٢	٢
ط	صفر	صفر	صفر
ك	٢٤	١٢	٢
ل	صفر	صفر	صفر

ملاحظات علي الجدول السابق:

- التخفيض المسموح به للنشاط = الوقت العادي للنشاط - الوقت المتسرع للنشاط.
- التكاليف المباشرة الإضافية = التكلفة المباشرة المتسعة - التكلفة المباشرة العادية.

$$\text{ميل التكلفة} = \frac{\text{التكلفة المتسعة} - \text{التكلفة العادية}}{\text{الوقت العادي} - \text{الوقت المتسرع}}$$

٢- تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع

أشرنا فيما سبق أنه في حالة الإحلال بين الوقت والتكلفة فإن الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو ذلك الوقت الذي يحقق أقل تكلفة ممكنة للمشروع . وعندما ترغب الإدارة في تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع فإنه يتعين عليها أن تركز على الأنشطة الحرجة للمشروع لأن تخفيض وقت إتمام المشروع عن الوقت العادي المقرر له يتطلب تخفيض أوقات الأنشطة الحرجة .

ويترتب على تخفيض أوقات الأنشطة الحرجة زيادة التكاليف المباشرة للأنشطة، ولكن قد يقابل ذلك من ناحية أخرى تخفيض التكلفة غير المباشرة للمشروع ككل . وهذا يجعلنا نركز على صافي التغير في التكلفة الكلية (المباشرة وغير المباشرة) عند القيام بالمحاولات المتعلقة بتخفيض أوقات الأنشطة، وهو ما يوضحه جدول رقم (٧/٤) التالي:

جدول رقم (٧/٤)

النشاط	التخفيض	مقدار الزيادة في	مقدار الانخفاض	صافي التغير في
الحرج	المسموح به	التكلفة المباشرة	في التكاليف	التكلفة الكلية لكل
القابل	(بالأسبوع)	المتسعة لكل أسبوع	غير المباشرة	أسبوع

للتعجيل		(ميل التكلفة) (١)	لكل أسبوع (٢)	(٣) = (١) - (٢)
أ	٤	٢٥	١٥	١٠ +
هـ	٤	٥٥	١٥	٤٠ +
ز	١	٢٢	١٥	٧ +
ح	٢	١٢	١٥	٣ -
ك	٢	١٢	١٥	٣ -

يلاحظ من الجدول السابق أنه يترتب على تعجيل النشاطين (ح)، (ك) حدوث تخفيض في التكلفة الكلية للمشروع. وبناء على ذلك، يمكن حساب الوقت الأمثل للمشروع الذي يحقق أقل تكلفة للمشروع على النحو التالي:

مقدار التخفيض في التكاليف الكلية المترتب على تعجيل الأنشطة:

$$\text{النشاط (ح)} = ٢ \text{ أسبوع} \times ٣ \text{ جنيه} = ٦ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (ك)} = ٢ \text{ أسبوع} \times ٣ \text{ جنيه} = ٦ \text{ جنيه.}$$

$$\underline{\underline{١٢ \text{ جنيه.}}}$$

$$\text{الوقت الأمثل لإتمام المشروع} = ٤٨ - ٤ = ٤٤ \text{ أسبوع.}$$

$$\text{التكلفة الكلية لإتمام المشروع} = ١٦٧٠ - ١٢ \text{ جنيه} = ١٦٥٨ \text{ جنيه.}$$

الإحلال بين الوقت والتكلفة بافتراض أن هذا الإحلال يؤثر فقط على التكاليف المباشرة لأنشطة المشروع:

اتضح مما سبق أن الوقت العادي اللازم لإتمام المشروع (الحد الأقصى للوقت اللازم لإتمام المشروع) يقدر بـ ٤٨ أسبوع بتكلفة مباشرة عادية قدرها ٩٥٠ جنيه ، وأن الوقت المتسرع اللازم لإتمام المشروع (الحد الأدنى للوقت اللازم لإتمام المشروع) يقدر بـ ٣٥ أسبوع بتكلفة مباشرة متسعة قدرها ١٣٤٠ جنيه . وعلى ذلك ، إذا فرضنا أن الإدارة ترغب في تعجيل وقت إتمام المشروع ، فإن فرصتها في هذا التعجيل تتراوح ما بين الحد الأقصى للوقت اللازم لإتمام المشروع (وقدره ٤٨ أسبوع) والحد الأدنى للوقت اللازم لإتمام المشروع (وقدره ٣٥ أسبوع) ، إذ يمكن للإدارة أن تخفض الوقت العادي لإتمام المشروع بمقدار أسبوع أو أسبوعين أو ثلاثة أسابيع أو أربعة أسابيع ، ، أو ثلاثة عشر أسبوعاً ، ولكن يقابل ذلك من ناحية أخرى زيادة في التكاليف المباشرة العادية للأنشطة التي يتم الإسراع بتنفيذها . وعندما تخطط الإدارة لتخفيض وقت إتمام المشروع عن الوقت العادي لإتمامه فإنها يجب أن تركز على الأنشطة

الواقعة على المسار الحرج نظراً لأن تخفيض وقت إتمام نشاط (أو أكثر) من هذه الأنشطة هو الذي يؤدي إلى تخفيض وقت إتمام المشروع ككل . وإذا رجعنا إلى المثال السابق فإن الجدول رقم (٧/٤) يتضمن الأنشطة الحرجة القابلة للتعجيل ومقدار التخفيض المسموح به وميل التكلفة بالنسبة لكل نشاط من هذه الأنشطة . وعلى ذلك، نوضح فيما يلي الخطط المختلفة لتخفيض وقت إتمام المشروع .

• **تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع واحد :**

يتطلب هذا التخفيض إتباع الآتي :

- تحديد النشاط الحرج الذي له أقل ميل تكلفة : يتضح من الجدول رقم (٧/٤) أن النشاطين (ح) ، (ك) لهما أقل ميل تكلفة (التكلفة التفاضلية أو الإضافية) وقدره ١٢ جنيه لكل منهما ، ولهما أيضاً نفس فترة التخفيض المسموح بها ، وبالتالي يتم اختيار أيهما وليكن النشاط (ح) للبدء في التخفيض .
- تحديد مقدار التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط (ح) ، وهو يقدر بأسبوعين ، كما يتضح من الجدول رقم (٧/٤) . وفي هذه الحالة يتم تخفيض وقت إتمام النشاط (ح) بمقدار أسبوع واحد طبقاً لما هو مخطط (وهو في حدود فترة التخفيض المسموح بها للنشاط) .
- تحديد طول المسار الحرج (أ ← ج ← هـ ← ز ← ح ← ك ← ل) بعد تخفيض وقت إتمام النشاط (ح) بمقدار أسبوع واحد .
طول المسار الحرج = ٤٨ - ١ = ٤٧ أسبوع .
- تحديد إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع بعد تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع .
إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = التكلفة المباشرة للمشروع قبل التخفيض + التكلفة التفاضلية لتعجيل النشاط (ح) .
= ٩٥٠ + ١٢ = ٩٦٢ جنيه .

• **تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع ثان:**

- يتطلب هذا التخفيض إتباع نفس الإجراءات التي تضمنها التخفيض الأول . ونظراً لأن النشاط (ح) له أقل ميل تكلفة ، فإنه يتم تخفيض وقت النشاط (ح) بمقدار أسبوع واحد طبقاً لما هو مخطط (وهو في حدود فترة التخفيض المسموح به للنشاط) . وفي هذه الحالة يصبح الوقت المخطط لإتمام المشروع ٤٦ أسبوع (وهو يمثل طول

المسار الحرج بعد التخفيض) ، وتحسب التكلفة الإجمالية المباشرة للمشروع في هذه الحالة كالآتي :

$$\text{إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع} = 962 + 12 = 974 \text{ جنيه .}$$

• **تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع ثالث:**

يوضح الجدول رقم (٧/٤) أن النشاط (ك) له أقل ميل تكلفة قدره ١٢ جنيه ، وبالتالي يتم تخفيض وقت إتمام النشاط (ك) بمقدار أسبوع واحد طبقاً لما هو مخطط (وهو في حدود مقدار التخفيض المسموح به للنشاط وقدره ٢ أسبوع) . وفي هذه الحالة يصبح الوقت المخطط لإتمام المشروع ٤٥ أسبوع (وهو يمثل طول المسار الحرج بعد التخفيض) ، وتحسب التكلفة الإجمالية المباشرة للمشروع في هذه الحالة كالآتي :

$$\text{إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع} = 974 + 12 = 986 \text{ جنيه .}$$

• **تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع رابع :**

يتطلب هذا التخفيض إتباع نفس الإجراءات التي تضمنها التخفيض السابق ، حيث يتم تخفيض وقت النشاط (ك) بمقدار أسبوع واحد طبقاً لما هو مخطط (وهو في حدود مقدار التخفيض المسموح به للنشاط) . وفي هذه الحالة يصبح الوقت المخطط لإتمام المشروع ٤٤ أسبوع (وهو يمثل طول المسار الحرج بعد التخفيض) ، وتحسب التكلفة الإجمالية المباشرة للمشروع في هذه الحالة كالآتي :

$$\text{إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع} = 986 + 12 = 998 \text{ جنيه .}$$

• **تخفيض وقت إتمام المشروع بمقدار أسبوع خامس:**

يوضح الجدول رقم (٧/٤) أن النشاط (ز) له أقل ميل تكلفة (بالمقارنة مع الأنشطة الحرجة الأخرى التي لم يشملها التخفيض بعد) وقدره ٢٢ جنيه ، وبالتالي يتم تخفيض وقت إتمام النشاط (ز) بمقدار أسبوع واحد طبقاً لما هو مخطط (وهو في حدود فترة التخفيض المسموح بها للنشاط وقدرها أسبوع) . وفي هذه الحالة يصبح الوقت المخطط لإتمام المشروع ٤٣ أسبوع (وهو يمثل طول المسار الحرج بعد التخفيض) ، وتحسب التكلفة الإجمالية المباشرة للمشروع في هذه الحالة كالآتي :

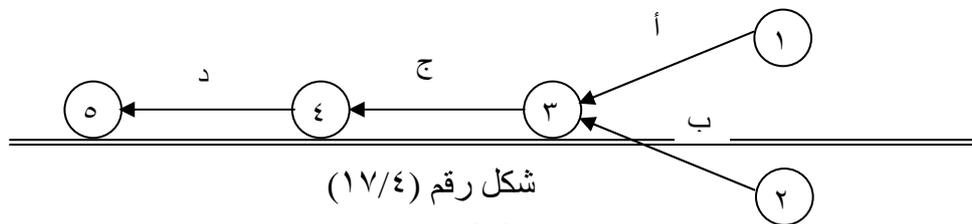
$$\text{إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع} = 998 + 22 = 1020 \text{ جنيه .}$$

وهكذا يمكن الاستمرار في تخفيض وقت إتمام المشروع مستخدمين فترة التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط الحرج (أ) والنشاط الحرج (هـ) على الترتيب وذلك حتى نصل في النهاية إلى الحد الأدنى من الوقت اللازم لإتمام المشروع وقدره ٣٥ أسبوع بتكلفة مباشرة متسعة قدرها ١٣٤٠ جنيه .

الإحلال بين الوقت والتكلفة في حالة وجود أكثر من مسار حرج:

يلاحظ أن أسلوب التحليل الذي اتبعناه حتى الآن يعمل بكفاءة إذا ما تضمنت شبكة الأعمال الممثلة للمشروع محل الدراسة مسار حرج واحد . ويرتكز هذا الأسلوب في تحليله لمشكلة الإحلال بين الوقت والتكلفة على اختيار النشاط الذي يكون له أقل ميل تكلفة (أقل تكلفة تفاضلية) . ولكن إذا ما تضمنت شبكة الأعمال أكثر من مسار حرج فإن اختيار النشاط الحرج الذي يكون له أقل ميل تكلفة كأساس للتحليل قد لا يكون هو الاختيار الأفضل . فإذا فرضنا على سبيل المثال أن لدينا شبكة أعمال (الموضحة بالشكل رقم ١٧/٤) تتضمن مسارين حرجين هما: المسار (أ ، ج ، د) والمسار (ب ، ج ، د) . وأن النشاط (أ) له أقل ميل تكلفة ، حينئذ فإن تعجيل وقت إتمام النشاط (أ) لن يكون له تأثير على المسار الحرج (ب ، ج ، د) ، وبالتالي لن يكون له تأثير على الوقت الكلي لإتمام المشروع. وعلى ذلك ، فإننا نحتاج لتعجيل وقت إتمام أحد الأنشطة الحرجة على المسار (ب ، ج ، د) أيضاً وفي نفس الوقت ، حتى نستطيع تخفيض وقت الإتمام للمشروع ككل. وفي هذه الحالة يتطلب تحديد الأسلوب الأفضل لتخفيض وقت إتمام المشروع أن نأخذ في الاعتبار ثلاث خيارات هي :

- تعجيل وقت إتمام كلاً من النشاطين الحرجين (أ) ، (ب) بمقدار وحدة زمنية واحدة .
- تعجيل وقت إتمام النشاط الحرج (ج) المشترك في كلا المسارين بمقدار وحدة زمنية واحدة .
- تعجيل وقت إتمام النشاط الحرج (د) المشترك في كلا المسارين بمقدار وحدة زمنية واحدة .



نخلص من ذلك إلى القول بأن وقوع الاختيار على تعجيل وقت إتمام النشاط الحرج، الذي يكون له أقل ميل تكلفة ، يكون هو الأسلوب الأمثل لتعجيل وقت إتمام المشروع ككل وذلك بشرط أن يكون لدينا مسار حرج واحد فقط . ولكن عندما يكون لدينا اثنين أو أكثر من المسارات الحرجة فإن تركيز التحليل على اختيار النشاط الحرج الذي له أقل ميل تكلفة كأساس لتعجيل وقت إتمام المشروع ككل قد لا يكون هو الاختيار الأفضل . وهذا ما سنوضحه من خلال المثال التالي :

مثال:

تقوم إدارة إحدى المنشآت الصناعية بدراسة خطة تطوير أحد المنتجات التي تقوم بإنتاجها حتى يتلاءم مع أذواق المستهلكين ، وفيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها المشروع محل الدراسة ، وعلاقات التتابع الفني أو المنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقديرات الزمنية اللازمة لإنجاز الأنشطة (باليوم) :

النشاط	حدثي البداية والانهاء	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت العادي	الوقت المتسرع	التكلفة المباشرة العادية (بالجنيه)	تكلفة تعجيل النشاط لكل يوم (بالجنيه)
أ	٣ - ١	-	٣٠	٢١	٦٠٠	٣٠
ب	٢ - ١	-	١٥	١٢	٢٤٠	٢٠
ج	٣ - ٢	ب	٩	٦	٩٠	١٥
د	٤ - ٣	أ، ج	١٢	٩	١٨٠	٢٠
ل	٥ - ٣	أ، ج	١٥	٩	٣٠٠	٢٥
هـ	٦ - ٤	د	١٨	٩	١٨٠	٢٠
و	٦ - ٥	ل	١٥	٦	١٢٠	١٠
ى	٧ - ٦	هـ، و	١٥	١٢	٩٠	١٠

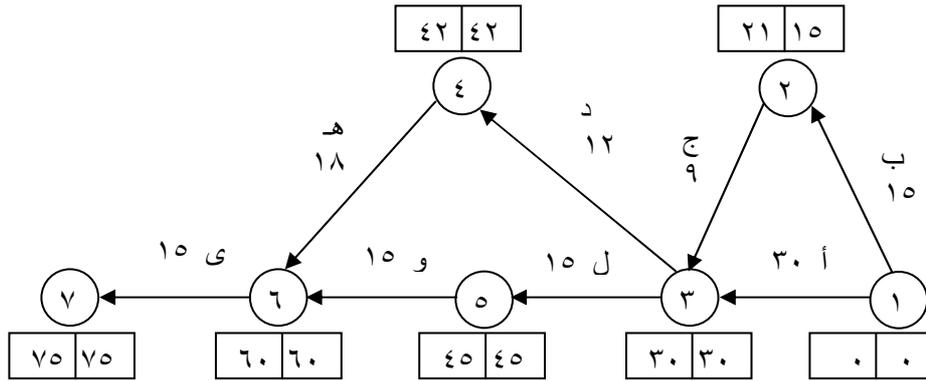
	١٨٠٠
--	------

المطلوب :

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة ، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الشبكة .
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاه النشاط بالنسبة لكل أنشطة المشروع .
- ٣- تحديد الوقت الراكذ الكلى والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع .
- ٤- تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع ، وتحديد التكلفة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس .
- ٥- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع ، وتحديد التكلفة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس .
- ٦- تحديد الوقت الأمثل اللازم لإتمام المشروع ، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة للمشروع يقدر بـ ٢٠ جنيه لليوم .

الحل :

أولاً : رسم شبكة الأعمال مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الشبكة كما هو موضح بالشكل رقم (١٨/٤) التالي :



شكل رقم (١٨/٤)

ثانياً: تحديد الوقت المبكر والمتأخر والراكذ لكل نشاط، ويوضح الجدول رقم (٨/٤) نتائج حساب هذه الأوقات:

جدول رقم (٨/٤)



النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الوقت المتوقع	الوقت المبكر للبدء	الوقت المتأخر للانتهاء	الراكد الكلي	الراكد الحر
أ	٣ - ١	٣٠	صفر	٣٠	صفر	صفر
ب	٢ - ١	١٥	صفر	٢١	٦	صفر
ج	٣ - ٢	٩	١٥	٣٠	٦	٦
د	٤ - ٣	١٢	٣٠	٤٢	صفر	صفر
ل	٥ - ٣	١٥	٣٠	٤٥	صفر	صفر
هـ	٦ - ٤	١٨	٤٢	٦٠	صفر	صفر
و	٦ - ٥	١٥	٤٥	٦٠	صفر	صفر
ى	٧ - ٦	١٥	٦٠	٧٥	صفر	صفر

ملاحظات علي الجدول السابق:

- (١) الوقت المتوقع لإتمام النشاط هو الوقت العادي بالمثل.
 - (٢) الوقت المبكر لبدء النشاط هو عبارة عن الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ منه النشاط.
 - (٣) الوقت المتأخر لانتهاج النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط.
 - (٤) الوقت الراكد الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط - (الوقت المبكر لبدء النشاط + الوقت المتوقع لإتمام النشاط).
 - (٥) الوقت الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لانتهاج النشاط.
- الوقت الراكد الحر للنشاط (ب) = الوقت المبكر لبدء النشاط (ج) - (الوقت المبكر لبدء النشاط ب + الوقت المتوقع للنشاط ب).
- $$= ١٥ - (صفر + ١٥) = صفر.$$
- الوقت الراكد الحر للنشاط (ج) = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق (د أول أيهما أقل) - (الوقت المبكر لبدء النشاط ج + الوقت المتوقع للنشاط ج).
- $$= ٣٠ - (٩ + ١٥) = ٦.$$

ثالثاً : تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على أساس الوقت العادي:

أ- تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع: يتحدد هذا الوقت على أساس طول المسار الحرج . وإذا رجعنا إلى شبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (١٨/٤) فإننا نجد أن هناك مسارين حرجين للمشروع هما :

المسار الحرج الأول (أحداث) : ١ ← ٣ ← ٤ ← ٦ ← ٧ .

المسار الحرج الأول (أنشطة) : أ ، د ، ه ، ي .

المسار الحرج الثاني (أحداث) : ١ ← ٣ ← ٥ ← ٦ ← ٧ .

المسار الحرج الثاني (أنشطة) : أ ، ل ، و ، ي .

الوقت العادي لإتمام المشروع (طول المسار الحرج) = مجموع الأوقات المتوقعة لإتمام الأنشطة الحرجة التي يتكون منها المسار الحرج .

$$= ٣٠ + ١٢ + ١٨ + ١٥ = ٧٥ \text{ يوم .}$$

$$= ٣٠ + ١٥ + ١٥ + ١٥ = ٧٥ \text{ يوم .}$$

ب- تحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على أساس الوقت العادي : وتتحدد هذه التكلفة على أساس مجموع التكاليف المباشرة العادية للأنشطة التي يتكون منها المشروع وذلك بفرض إتمام المشروع في الوقت العادي المتوقع له وقدره ٧٥ يوماً .
التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = ١٨٠٠ جنية .

رابعاً : تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع ، والتكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على أساس هذا الوقت المتسرع :

اتضح لنا عند تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع أنه يوجد مسارين حرجين هما: المسار (أ ، د ، ه ، ي) والمسار (أ ، ل ، ه ، ي) . وإذا أخذنا في الاعتبار الأوقات المتسرفة لإتمام الأنشطة المكونة لهذين المسارين فإنه يمكن تحديد الوقت المتسرع لكل مسار كالآتي :

$$\text{الوقت المتسرع للمسار الأول} = ٢١ + ٩ + ٩ + ١٢ = ٥١ \text{ يوم .}$$

$$\text{الوقت المتسرع للمسار الثاني} = ٢١ + ٩ + ٦ + ١٢ = ٤٨ \text{ يوم .}$$

ونظراً لأن المسار الأول هو الأطول فإن طول هذا المسار وقدره ٥١ يوماً يمثل الوقت المتسرع لإتمام المشروع ككل . ويمكن التوصل إلى هذه النتيجة؛ أي تحديد

الوقت المتسرع لإتمام المشروع ، وتحديد التكلفة الإجمالية للمشروع على أساس الوقت المتسرع بإتباع الخطوات التالية :

الخطوة الأولى : تحديد النشاط الحرج الذي له أقل ميل تكلفة (تكلفة تعجيل النشاط لليوم الواحد) ، وتحديد فترة التخفيض المسموح به لهذا النشاط (الوقت العادي – الوقت المتسرع) .

ونظراً لأن شبكة الأعمال الممتلئة للمشروع محل الدراسة تتضمن مسارين حرجين كما سبق ذكره، فإن اهتمامنا يجب أن ينصب أولاً على الأنشطة الحرجة التي يشترك فيها المساران الحرجان . وإذا رجعنا إلى شبكة الأعمال بالشكل رقم (١٨/٤) سنجد أن المسارين الحرجين يشتركان في النشاطين (أ) ، (ى) . وحيث أن تكلفة تعجيل النشاط (ى) أقل من تكلفة تعجيل النشاط (أ) فإن الاختيار يقع على النشاط (ى) كأساس لتعجيل وقت إتمام المشروع .

- تخفيض وقت النشاط الحرج (ى) .

فترة التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط ٣ أيام
 أقل راكد حر موجب على شبكة الأعمال (١) ٦ أيام
 أقل
 .: يتم تخفيض النشاط (ى) بمقدار ٣ أيام .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام النشاط (ى) بمقدار ٣ أيام :

وقت إتمام النشاط (ى) بعد التخفيض = ١٥ - ٣ = ١٢ يوم .

وقت إتمام المشروع بعد التخفيض = ٧٥ - ٣ = ٧٢ يوم .

التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = ١٨٠٠ + (٣ × ١٠) = ١٨٣٠ جنيه .

مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) = ٣٠ - (٩ + ١٥) = ٦ أيام .

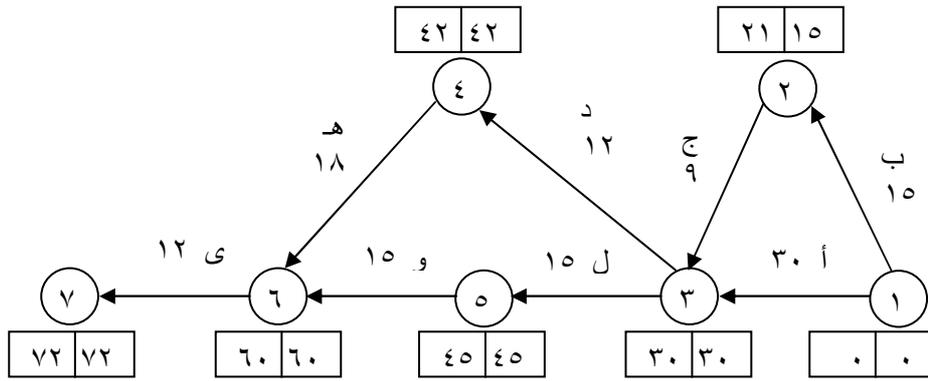
يكون النشاط (ى) قد وصل لوقته المتسرع ، وبالتالي لا يمكن تخفيضه بعد ذلك

؛ أي يصبح مقدار التخفيض المسموح به في هذا النشاط يساوي صفر .

وعلى هذا الأساس تظهر شبكة الأعمال بعد التخفيض الأول كما هو موضح

بالشكل رقم (١٩/٤) التالي :

(١) يتم مقارنة فترة التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط بأقل راكد حر موجب على شبكة الأعمال وذلك لاختيار أقل القيمتين حتى لا يتحول الراكد الحر لنشاط معين من رقم موجب إلى صفر ، وهو ما قد يعنى احتمال تحول النشاط غير الحرج إلى نشاط حرج ، وبالتالي تحول المسارات غير الحرجة إلى مسارات حرجة .



شكل رقم (١٩/٤)

- المسار الحرج الأول : أ ، د ، هـ ، ي .
- المسار الحرج الثاني : أ ، ل ، و ، ي .

الخطوة الثانية : نظراً لأن المسارين الحرجين يشتركان في النشاط (أ) كما سبق ذكره فإنه يتم اختيار هذا النشاط كأساس لتعديل وقت إتمام المشروع ، حتى ولو كانت تكلفة تعجيل النشاط (أ) - ميل التكلفة - أكبر من تكلفة تعجيل أي نشاط حرج آخر يقع على أي من المسارين .

- تخفيض وقت النشاط الحرج (أ) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{فترة التخفيض المسموح بها بالنسبة للنشاط (أ) ٩ أيام أيهما} \\ \text{أقل راكم حر موجب (الراكد الحر للنشاط ج) ٦ أيام} \end{array} \right\} \text{أقل}$$

∴ يتم تخفيض النشاط (أ) بمقدار ٦ أيام فقط. حيث لا نستطيع تخفيض وقت إتمام النشاط (أ) بمقدار ٩ أيام (فترة التخفيض القصوى المسموح بها) حتى لا يتحول النشاطين (ب) ، (ج) غير الحرجين إلى نشاطين حرجين ، وهو ما قد يؤدي إلى تعديل المسارين الحرجين ؛ أن يصبحا غير حرجين .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام النشاط (أ) بمقدار ٦ أيام :

$$\text{وقت إتمام النشاط (أ) بعد التخفيض} = ٦ - ٣٠ = ٢٤ \text{ يوماً .}$$

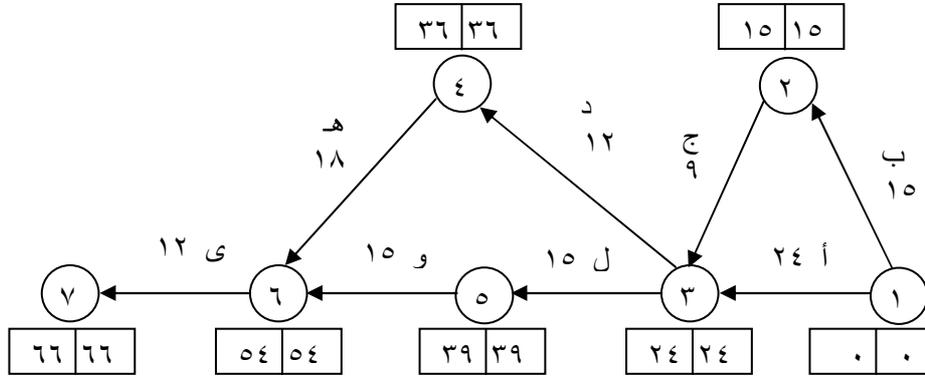
$$\text{وقت إتمام المشروع بعد التخفيض} = ٦ - ٧٢ = ٦٦ \text{ يوماً .}$$

$$\text{التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع} = ١٨٣٠ + (٣٠ \times ٦) = ٢٠١٠ \text{ جنيه .}$$

$$\text{مقدار الراكد الحر للنشاط (ج)} = ٩ - ١٥ - ٢٤ = \text{صفر .}$$

توضح النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام النشاط (أ) بمقدار ٦ أيام أن مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) أصبح صفر ، وهو ما يعنى أن النشاطين غير

الخرجين (ب) ، (ج) قد تحولوا إلى نشاطين خرجين ، وتظهر شبكة الأعمال بعد التخفيض الثاني علي النحو الموضح بالشكل رقم (٢٠/٤) التالي :



شكل رقم (٢٠/٤)

توضح شبكة الأعمال بالشكل رقم (٢٠/٤) أن كل مسارات الشبكة أصبحت

مسارات حرجة، وهذه المسارات هي:

المسار الأول : أ ، د ، هـ ، ي .

المسار الثاني : أ ، ل ، و ، ي .

المسار الثالث : ب ، ج ، د ، هـ ، ي .

المسار الرابع : ب ، ج ، ل ، و ، ي .

الخطوة الثالثة : نظراً لأن مسارات الشبكة أصبحت كلها حرجة، ونرغب في تعجيل وقت إتمام المشروع في نفس الوقت ، فإنه يتعين التركيز أولاً على الأنشطة الحرجة المكونة للمسارات المتوازية . وإذا رجعنا إلى شبكة الأعمال بالشكل رقم (٢٠/٤) سنجد أن هناك مسارين متوازيين يقعان بين الحدين ٣ ، ٦ وهذان المساران هما : المسار (د ، هـ) والمسار (ل ، و) .

هذا ، ويتطلب تعجيل وقت إتمام المشروع في مثل هذه الحالات ضرورة تخفيض وقت إتمام أحد الأنشطة الحرجة على كل مسار من المسارين المتوازيين في نفس الوقت . وإذا أخذنا في الاعتبار ميل التكلفة (تكلفة تعجيل النشاط لليوم الواحد) للأنشطة المكونة للمسارين المتوازيين ، سنجد أن النشاطين (د) ، (و) لهما أقل ميل تكلفة . وتقدر فترة التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط (د) بثلاث أيام ، والنشاط (و) بتسعة أيام . وعلى ذلك، تتحدد فترة التخفيض للنشاطين معاً بثلاث أيام فقط ، وهي تمثل الحد الأقصى لوقت التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط (د) .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام كلاً من النشاطين (د) ، (و) بمقدار ٣ أيام :

وقت إتمام النشاط (د) بعد التخفيض = ١٢ - ٣ = ٩ يوم .

وقت إتمام النشاط (و) بعد التخفيض = ١٥ - ٣ = ١٢ يوم .

وقت إتمام المشروع بعد التخفيض = ٦٦ - ٣ = ٦٣ يوم .

التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = ٢٠١٠ + (٢٠ × ٣) + (١٠ × ٣)

= ٢١٠٠ جنيه .

الخطوة الرابعة : نعود مرة أخرى إلى المسارين المتوازيين في الخطوة السابقة ونختار نشاط واحد على كل مسار بحيث يكون له أقل ميل تكلفة . فبالنسبة للمسار (د ، هـ) نختار النشاط (هـ) ، وبالنسبة للمسار (ل ، و) نختار النشاط (و) ذو أقل ميل تكلفة . وتقدر فترة التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط (هـ) بتسعة أيام ، والنشاط (و) بستة أيام (الباقية بعد التخفيض الأول في الخطوة الثالثة) . وعلى ذلك، تتحدد فترة التخفيض المسموح بها للنشاطين معاً بستة أيام فقط (وهي تمثل الحد الأقصى لوقت التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط و) .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام كلاً من النشاطين (هـ) ، (و) معاً بمقدار ٦ أيام :

وقت إتمام النشاط (هـ) بعد التخفيض = ١٨ - ٦ = ١٢ يوم .

وقت إتمام النشاط (و) بعد التخفيض = ١٢ - ٦ = ٦ يوم .

وقت إتمام المشروع بعد التخفيض = ٦٣ - ٦ = ٥٧ يوم .

التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = ٢١٠٠ + (٢٠ × ٦) + (١٠ × ٦)

= ٢٢٨٠ جنيه .

الخطوة الخامسة : نعود مرة أخرى إلى المسارين المتوازيين في الخطوة الثالثة ونختار نشاط واحد على كل مسار . فبالنسبة للمسار (د ، هـ) نختار النشاط (هـ) ، وبالنسبة للمسار (ل ، و) نختار النشاط (ل) . وتقدر فترة التخفيض المسموح بها بالنسبة للنشاط (ل) بستة أيام ، والنشاط (هـ) بثلاثة أيام (الباقية بعد التخفيض السابق في الخطوة الرابعة) . وعلى ذلك ، تتحدد فترة التخفيض المسموح بها للنشاطين معاً بثلاثة أيام فقط (وهي تمثل الحد الأقصى لوقت التخفيض المسموح به بالنسبة للنشاط هـ) .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام كلاً من النشاطين (ل) ، (هـ) معاً بمقدار ثلاثة أيام :

وقت إتمام النشاط (ل) بعد التخفيض = $10 - 3 = 7$ يوم .

وقت إتمام النشاط (هـ) بعد التخفيض = $12 - 3 = 9$ يوم .

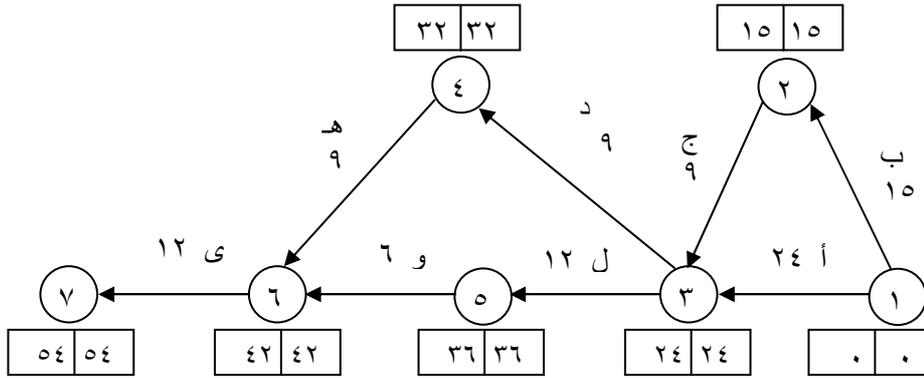
وقت إتمام المشروع بعد التخفيض = $57 - 3 = 54$ يوم .

التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = $2280 + (3 \times 20) + (3 \times 25)$

= 2415 جنيه .

وفي ضوء النتائج المترتبة على الخطوات السابقة تظهر شبكة الأعمال كما هو

موضح بالشكل رقم (٢١/٢) التالي :



شكل رقم (٢١/٤)

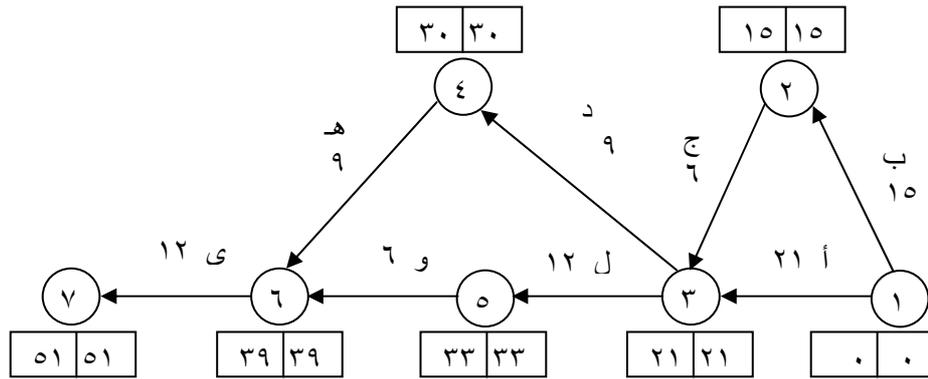
الخطوة السادسة: إذا نظرنا إلى شبكة الأعمال الموضحة بالشكل رقم (٢١/٤) نلاحظ أن النشاط (أ) يتوازى مع النشاطين (ب) ، (ج) ، وبالتالي يمكن تخفيض وقت إتمام النشاط (أ) للمرة الثانية ، على أن يتم تخفيض وقت إتمام النشاط (ب) أو النشاط (ج) بنفس القدر وفي نفس الوقت . ونظراً لأن ميل التكلفة للنشاط (ج) أقل من ميل التكلفة للنشاط (ب) فإنه يتم اختيار النشاط (ج) لتخفيض وقت إتمامه . ونقدر فترة التخفيض المسموح بها بالنسبة للنشاط (ج) بثلاثة أيام ، والنشاط (أ) بثلاثة أيام (الباقية بعد التخفيض الأول في الخطوة الثانية) . وعلى ذلك ، تتحدد فترة التخفيض للنشاطين معاً بثلاثة أيام .

- النتائج المترتبة على تخفيض وقت إتمام كلاً من النشاطين (أ) ، (ج) معاً بمقدار ثلاثة أيام :

وقت إتمام النشاط (أ) بعد التخفيض = $24 - 3 = 21$ يوم .

- وقت إتمام النشاط (ج) بعد التخفيض = $9 - 3 = 6$ يوم .
 وقت إتمام المشروع بعد التخفيض = $54 - 3 = 51$ يوم .
 التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع = $2410 + (3 \times 30) + (3 \times 10) = 2550$ جنيه .

وعلى ذلك ، تظهر شبكة الأعمال النهائية بعد كل التخفيضات السابقة في أوقات إتمام الأنشطة على النحو الموضح بالشكل رقم (٢٢/٤) التالي :



شكل رقم (٢٢/٤)

وفي ضوء ما تقدم يتحدد الوقت المتسرع لإتمام المشروع بمقدار ٥١ يوماً بتكلفة مباشرة إجمالية للمشروع قدرها ٢٥٥٠ جنيه . ويوضح الجدول رقم (٩/٤) التالي النتائج المتعلقة بالخطوات المختلفة التي اتبعت لتعجيل وقت إتمام النشاط المشروع :

جدول رقم (٩ / ٤)

ملخص النتائج المترتبة على خطوات تعجيل وقت إتمام المشروع

خطوات التخفيض	النشاط الذي يتم تخفيضه	حدثي البدء والانتهاؤ	مقدار التخفيض في وقت النشاط	الوقت المعدل للمشروع	التكلفة الإضافية	التكلفة المباشرة الإجمالية المعدلة للمشروع
صفر				٧٥		١٨٠٠
١	ي	٧ - ٦	٣	٧٢	٣٠	١٨٣٠
٢	أ	٣ - ١	٦	٦٦	١٨٠	٢٠١٠
٣	د	٤ - ٣	٣	٦٣	٩٠	٢١٠٠

				٦ - ٥	و	
٢٢٨٠	١٨٠	٥٧	٦	{ ٦ - ٤ ٦ - ٥	هـ و	٤
٢٤١٥	١٣٥	٥٤	٣	{ ٦ - ٤ ٥ - ٣	هـ ل	٥
٢٥٥٠	١٣٥	٥١	٣	{ ٣ - ١ ٣ - ٢	أ ج	٦

خامساً: تحديد الوقت الأمثل اللازم لإتمام المشروع بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة للمشروع يُقدر بـ ٢٠ جنيه لليوم :

وهذا ما يتم توضيحه بالجدول رقم (١٠/٤) التالي :

جدول رقم (١٠/٤)

إجمالي تكلفة المشروع (٢)+(١)	التكلفة غير المباشرة للمشروع (٢)	التكلفة المباشرة للمشروع	وقت المشروع	النشاط الذي يتم تخفيضه	خطوات التخفيض
٣٣٠٠	$١٥٠٠ = ٢٠ \times ٧٥$	١٨٠٠	٧٥		صفر
٣٢٧٠	$١٤٤٠ = ٢٠ \times ٧٢$	١٨٣٠	٧٢	ى	١
٣٣٣٠	$١٣٢٠ = ٢٠ \times ٦٦$	٢٠١٠	٦٦	أ	٢
٣٣٦٠	$= ٢٠ \times ٦٣$ ١٢٦٠	٢١٠٠	٦٣	{ د و	٣
٣٤٢٠	$١١٤٠ = ٢٠ \times ٥٧$	٢٢٨٠	٥٧	{ هـ	٤

				و	
٣٤٩٥	$= ٢٠ \times ٥٤$ ١٠٨٠	٢٤١٥	٥٤	{ هـ ل	٥
٣٥٧٠	$= ٢٠ \times ٥١$ ١٠٢٠	٢٥٥٠	٥١	{ أ ج	٦

يوضح الجدول رقم (١٠/٤) أن مقدار الوقت الأمثل اللازم لإتمام المشروع هو ٧٢ يوم ، وهو الوقت الذي تنخفض عنده التكلفة الكلية المباشرة وغير المباشرة للمشروع إلى أقل حد ممكن.

تمارين علي الفصل الرابع

تمرين رقم (١)

فيما يلي بيانات الأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات:

اسم النشاط	حدثي البدء والانهاء	الوقت المتوقع للنشاط بالأسابيع
أ	١ - ٢	٦
ب	١ - ٣	٦
ج	١ - ٥	٢٠
د	٢ - ٤	٢٠

١٢	٧ - ٤	هـ
٢٠	٦ - ٣	و
٤	٧ - ٦	ز
٢٤	٧ - ٥	ح

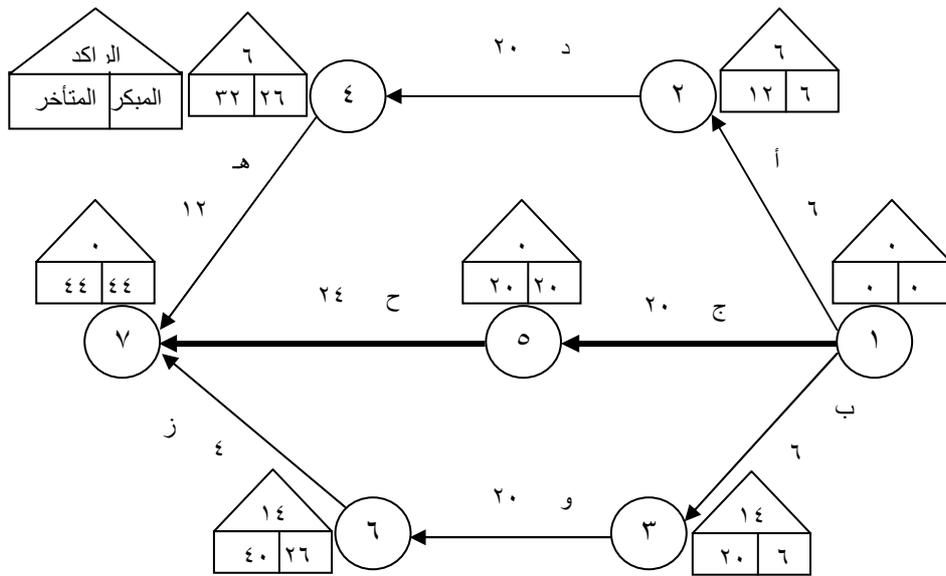
المطلوب:

١ - رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع مع بيان الوقت المبكر والمتأخر والراكد لكل حدث علي الشبكة.

٢ - تحديد الوقت المبكر لبدء وانتهاء كل نشاط، والوقت المتأخر لبدء وانتهاء كل نشاط، والوقت الراكد الكلي والراكد الحر لكل نشاط.

الحل

أولاً: رسم شبكة الأعمال



يلاحظ أن الشبكة السابقة تحتوي علي ٣ مسارات وأطولها كما يلي:

• المسار أ، د، هـ = ٦ + ٢٠ + ١٢ = ٣٨ أسبوع.

• المسار ج، ح = ٢٠ + ٢٤ = ٤٤ أسبوع.

• المسار ب، و، ز = ٦ + ٢٠ + ٤ = ٣٠ أسبوع.

ويتضح من أطوال مسارات الشبكة أن المسار ج، ح هو المسار الحرج، ويكون

الوقت المتوقع لإتمام المشروع مساوياً لطول هذا المسار؛ أي ٤٤ أسبوع.

ثانياً: حساب الوقت المبكر لبدء وانتهاء الأنشطة:

يتم ذلك في ضوء المعادلتين التاليتين



الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر لحدث بدء النشاط.
الوقت المبكر لانتهاج النشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط + الوقت المتوقع للنشاط.
ويوضح الجدول التالي حساب هذه الأوقات:

النشاط	حساب الوقت المبكر لبدء وانتهاء النشاط
أ	الوقت المبكر لبدء النشاط أ = الوقت المبكر للحدث (١) = صفر الوقت المبكر لانتهاج النشاط أ = صفر + ٦ = ٦
ب	الوقت المبكر لبدء النشاط ب = الوقت المبكر للحدث (١) = صفر الوقت المبكر لانتهاج النشاط ب = صفر + ٦ = ٦
ج	الوقت المبكر لبدء النشاط ج = الوقت المبكر للحدث (١) = صفر الوقت المبكر لنهاية النشاط ج = صفر + ٢٠ = ٢٠
د	الوقت المبكر لبدء النشاط د = الوقت المبكر للحدث (٢) = ٦ الوقت المبكر لانتهاج النشاط د = ٦ + ٢٠ = ٢٦
هـ	الوقت المبكر لبدء النشاط هـ = الوقت المبكر للحدث (٤) = ٢٦ الوقت المبكر لانتهاج النشاط هـ = ٢٦ + ١٢ = ٣٨
و	الوقت المبكر لبدء النشاط و = الوقت المبكر للحدث (٣) = ٦ الوقت المبكر لانتهاج النشاط و = ٦ + ٢٠ = ٢٦
ز	الوقت المبكر لبدء النشاط ز = الوقت المبكر للحدث (٦) = ٢٦ الوقت المبكر لانتهاج النشاط ز = ٢٦ + ٤ = ٣٠
ح	الوقت المبكر لبدء النشاط ح = الوقت المبكر للحدث (٥) = ٢٠ الوقت المبكر لانتهاج النشاط ح = ٢٠ + ٢٤ = ٤٤

ثالثا: الوقت المتأخر لبدء وانتهاء الأنشطة:

يتم ذلك في ضوء المعادلتين التاليتين:
الوقت المتأخر لانتهاج النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط.
الوقت المتأخر لبدء النشاط = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط - الوقت المتوقع للنشاط.
ويوضح الجدول التالي حساب هذه الأوقات:

النشاط	حساب الوقت المتأخر لبدء وانتهاء النشاط
أ	الوقت المتأخر لانتهاج النشاط أ = الوقت المتأخر للحدث (٢) = ١٢ الوقت المتأخر لبدء النشاط أ = ١٢ - ٦ = ٦

ب	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط ب = الوقت المتأخر للحدث (٣) = ٢٠ الوقت المتأخر لبدء النشاط ب = ٦ - ٢٠ = ١٤
ج	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط ج = الوقت المتأخر للحدث (٥) = ٢٠ الوقت المتأخر لبدء النشاط ج = ٢٠ - ٢٠ = صفر
د	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط د = الوقت المتأخر للحدث (٤) = ٣٢ الوقت المتأخر لبدء النشاط د = ٢٠ - ٣٢ = ١٢
هـ	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط هـ = الوقت المتأخر للحدث (٧) = ٤٤ الوقت المتأخر لبدء النشاط هـ = ١٢ - ٤٤ = ٣٢
و	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط و = الوقت المتأخر للحدث (٦) = ٤٠ الوقت المتأخر لبدء النشاط و = ٢٠ - ٤٠ = ٢٠
ز	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط ز = الوقت المتأخر للحدث (٧) = ٤٤ الوقت المتأخر لبدء النشاط ز = ٤ - ٤٤ = ٤٠
ح	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط و = الوقت المتأخر للحدث (٧) = ٤٤ الوقت المتأخر لبدء النشاط و = ٢٤ - ٤٤ = ٢٠

رابعاً: الوقت الراكد الكلي والحر للأنشطة:

يتم تحديد هذه الأوقات بناء علي المعادلات التالية:

الراكد الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لبدء النشاط - الوقت المبكر لبدء النشاط.

أو = الوقت المتأخر لانتهاء النشاط - الوقت المبكر لانتهاء النشاط.

الوقت الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لانتهاء النشاط.

مع ملاحظة أنه إذا وجد أكثر من نشاط لاحق يأخذ أقل وقت مبكر للأنشطة اللاحقة.

ويخلص الجدول التالي حساب الأوقات المختلفة لكل نشاط من الأنشطة وفقاً

للمعادلات السابقة :

الراكد الحر	الراكد الكلي	الوقت المتأخر		الوقت المبكر		وقت النشاط	حدثي البدء والانتهاء	النشاط
		للانتهاء	للبدء	للانتهاء	للبدء			
(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)		
صفر	٦	١٢	٦	٦	صفر	٦	٢ - ١	أ
صفر	١٤	٢٠	١٤	٦	صفر	٦	٣ - ١	ب
صفر	صفر	٢٠	صفر	٢٠	صفر	٢٠	٥ - ١	ج



د	٤ - ٢	٢٠	٦	٢٦	١٢	٣٢	٦	صفر
هـ	٧ - ٤	١٢	٢٦	٣٨	٣٢	٤٤	٦	٦
و	٦ - ٣	٢٠	٦	٢٦	٢٠	٤٠	١٤	صفر
ز	٧ - ٦	٤	٢٦	٣٠	٤٠	٤٤	١٤	١٤
ح	٧ - ٥	٢٤	٢٠	٤٤	٢٠	٤٤	صفر	صفر

تمرين رقم (٢)

فيما يلي بيانات الأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات:

اسم النشاط	حدثي البدء والانهاء	الوقت المتوقع للنشاط بالأسابيع
أ	٢ - ١	٣
ب	٣ - ١	٤
ج	٤ - ١	١٢
د	٥ - ٢	١٨
هـ	٤ - ٣	٦
و	٥ - ٤	١٥
ز	٦ - ٤	٢٠
ح	٨ - ٥	١٣
ط	٧ - ٦	٤
ك	٨ - ٦	٦
ل (وهمي)	٨ - ٧	صفر

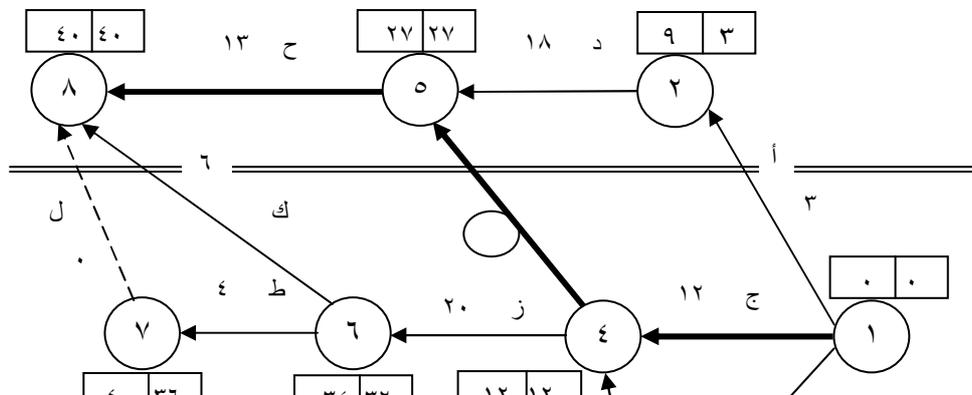
المطلوب:

١ - رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع مع بيان الوقت المبكر والمتأخر والراكد لكل حدث علي الشبكة.

٢ - تحديد الوقت المبكر لبدء وانتهاء كل نشاط، والوقت المتأخر لبدء وانتهاء كل نشاط، والوقت الراكد الكلي والراكد الحر لكل نشاط.

الحل

أولاً: رسم شبكة الأعمال



يلاحظ أن الشبكة السابقة تحتوي علي ٧ مسارات وأطوالها كما يلي:

- المسار أ، د، ح = ٣ + ١٨ + ١٣ = ٣٤ أسبوع.
- المسار ج، و، ح = ١٢ + ١٥ + ١٣ = ٤٠ أسبوع.
- المسار ج، ز، ك = ١٢ + ٢٠ + ٦ = ٣٨ أسبوع.
- المسار ج، ز، ط، ل = ١٢ + ٢٠ + ٤ + ٠ = ٣٦ أسبوع.
- المسار ب، هـ، و، ح = ٤ + ٦ + ١٥ + ١٣ = ٣٨ أسبوع.
- المسار ب، هـ، ز، ك = ٤ + ٦ + ٢٠ + ٦ = ٣٦ أسبوع.
- المسار ب، هـ، ز، ط، ل = ٤ + ٦ + ٢٠ + ٤ + ٠ = ٣٤ أسبوع.

ويتضح من أطوال مسارات الشبكة أن المسار ج، و، ح هو المسار الحرج،

ويكون الوقت المتوقع لإتمام المشروع مساوياً لطول هذا المسار؛ أي ٤٠ أسبوع.

ثانياً: حساب الأوقات المبكرة والمتأخرة والراكدة للأحداث:

يتم ذلك كما يلي:

الوقت المبكر للحادث = الوقت المبكر للحادث السابق + وقت النشاط السابق للحادث

ويجب ملاحظة أنه في حالة وجود أكثر من حدث سابق يأخذ أيهما أكبر. مع

ملاحظة أيضاً أن حساب الوقت المبكر للأحداث يتطلب أن نبدأ من حدث البداية علي

الشبكة حتى نصل إلي حدث النهاية، وذلك علي النحو التالي:

الوقت المبكر للحادث (١) = صفر.

الوقت المبكر للحادث (٢) = الوقت المبكر للحادث (١) + وقت النشاط أ.

$$= \text{صفر} + ٣ = ٣$$

الوقت المبكر للحادث (٣) = الوقت المبكر للحادث (١) + وقت النشاط ب.

$$= \text{صفر} + ٤ = ٤$$



الوقت المبكر للحدث (٤) = الوقت المبكر للحدث (١) + وقت النشاط ج.
أو = الوقت المبكر للحدث (٣) + وقت النشاط هـ.
أيهما أكبر.

$$= (١٢ + ٠) \text{ أو } (٦ + ٤) \text{ أيهما أكبر} = ١٢$$

الوقت المبكر للحدث (٥) = الوقت المبكر للحدث (٢) + وقت النشاط د.
أو = الوقت المبكر للحدث (٤) + وقت النشاط و.
أيهما أكبر.

$$= (١٨ + ٣) \text{ أو } (١٥ + ١٢) \text{ أيهما أكبر} = ٢٧$$

الوقت المبكر للحدث (٦) = الوقت المبكر للحدث (٤) + وقت النشاط ز.
 $٣٢ = ٢٠ + ١٢ =$

الوقت المبكر للحدث (٧) = الوقت المبكر للحدث (٦) + وقت النشاط ط.
 $٣٦ = ٤ + ٣٢ =$

الوقت المبكر للحدث (٨) = الوقت المبكر للحدث (٥) + وقت النشاط ح.
أو = الوقت المبكر للحدث (٦) + وقت النشاط ك.
أو = الوقت المبكر للحدث (٧) + وقت النشاط ل.
أيهما أكبر.

$$= (١٣ + ٢٧) \text{ أو } (٦ + ٣٢) \text{ أو } (٠ + ٣٦) \text{ أيهما أكبر} = ٤٠$$

الوقت المتأخر للحدث = الوقت المتأخر للحدث اللاحق - وقت المتوقع للنشاط الذي يبدأ من الحدث

وفي حالة وجود أكثر من حدث لاحق يأخذ أيهما أقل. مع ملاحظة أيضاً أن حساب الوقت المتأخر للأحداث يتطلب أن نبدأ الحساب من حدث النهاية علي الشبكة حتى نصل إلي حدث البداية، وذلك علي النحو التالي:

الوقت المتأخر للحدث (٨) = الوقت المبكر له = وقت إتمام المشروع = ٤٠

الوقت المتأخر للحدث (٧) = الوقت المتأخر للحدث (٨) - وقت النشاط ل.
 $٤٠ = ٠ - ٤٠ =$

الوقت المتأخر للحدث (٦) = الوقت المتأخر للحدث (٨) - وقت النشاط ك.
 $٣٤ = ٦ - ٤٠ =$

الوقت المتأخر للحدث (٥) = الوقت المتأخر للحدث (٨) - وقت النشاط ح.
 $٢٧ = ١٣ - ٤٠ =$

الوقت المتأخر للحدث (٤) = الوقت المتأخر للحدث (٦) - وقت النشاط ز.
أو = الوقت المتأخر للحدث (٥) - وقت النشاط و.

أيهما أقل.

$$= (20 - 34) \text{ أو } (15 - 27) \text{ أيهما أقل} = 12$$

الوقت المتأخر للحدث (٣) = الوقت المتأخر للحدث (٤) - وقت النشاط هـ.

$$6 = 6 - 12 =$$

الوقت المتأخر للحدث (٢) = الوقت المتأخر للحدث (٥) - وقت النشاط د.

$$9 = 18 - 27 =$$

الوقت المتأخر للحدث (١) = الوقت المتأخر للحدث (٤) - وقت النشاط ج.

أو = الوقت المتأخر للحدث (٣) - وقت النشاط ب.

أو = الوقت المتأخر للحدث (٢) - وقت النشاط أ.

أيهما أقل.

$$= (12 - 12) \text{ أو } (2 - 6) \text{ أو } (3 - 9) \text{ أيهما أقل} = \text{صفر.}$$

الوقت الراكذ للحدث = الوقت المتأخر للحدث - الوقت المبكر للحدث

ويحسب الوقت الراكذ لكل حدث كما هو موضح بالجدول التالي:

الحدث	الوقت المبكر	الوقت المتأخر	الوقت الراكذ = المتأخر - المبكر	ملاحظات
١	صفر	صفر	صفر	حرج
٢	٣	٩	٦	غير حرج
٣	٤	٦	٢	غير حرج
٤	١٢	١٢	صفر	حرج
٥	٢٧	٢٧	صفر	حرج
٦	٣٢	٣٤	٢	غير حرج
٧	٣٦	٤٠	٤	غير حرج
٨	٤٠	٤٠	صفر	حرج

ثالثاً: حساب الأوقات المبكرة والمتأخرة والراكذة للأنشطة:

يتم ذلك بناء علي المعادلات التالية:

- الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ من عنده النشاط.
- الوقت المبكر لانتهاه النشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط + وقت النشاط.
- الوقت المتأخر لانتهاه النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاءه النشاط.
- الوقت المتأخر لبدء النشاط = الوقت المتأخر لانتهاه النشاط - وقت النشاط.

- الوقت الراكد الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لبدء النشاط - الوقت المبكر لبدء النشاط.
أو = الوقت المتأخر لانتهاج النشاط - الوقت المبكر لانتهاج النشاط.
 - الوقت الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لانتهاج النشاط
- ↓
- إذا وجد أكثر من نشاط لاحق يأخذ أقل وقت

ويوضح الجدول التالي حساب الأوقات المختلفة لكل نشاط وفقاً للمعادلات السابقة:

النشاط	حدثي البدء والانتهاج	وقت النشاط	الوقت المبكر		الوقت المتأخر		الراكد الكلي	الراكد الحر
			للبدء	للانتهاج	للبدء	للانتهاج		
أ	١-٢	٣	صفر	٣	٦	٩	٦	صفر
ب	١-٣	٤	صفر	٤	٢	٦	٢	صفر
ج	١-٤	١٢	صفر	١٢	صفر	١٢	صفر	صفر
د	٢-٥	١٨	٣	٢١	٩	٢٧	٦	٦
هـ	٣-٤	٦	٤	١٠	٦	١٢	٢	٢
و	٤-٥	١٥	١٢	٢٧	١٢	٢٧	صفر	صفر
ز	٤-٦	٢٠	١٢	٣٢	١٤	٣٤	٢	صفر
ح	٥-٨	١٣	٢٧	٤٠	٢٧	٤٠	صفر	صفر
ط	٦-٧	٤	٣٢	٣٦	٣٦	٤٠	٤	صفر
ك	٦-٨	٦	٣٢	٣٨	٣٤	٤٠	٢	٢
ل	٧-٨	صفر	٣٦	٣٦	٤٠	٤٠	٤	٤

تمرين رقم (٣)

فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات المقترح أن تنفذها شركة المهندس أحمد جمال للمقاولات:

النشاط	حدثي البدء والانتهاج	الوقت (بالأسبوع)		التكلفة المباشرة (بالألف جنيه)	
		العادي	المتسرع	العادية	المتسرعة
أ	١-٢	٧	٥	١٤٠	٢١٠
ب	٢-٣	١١	٥	٤٤٠	٦٢٠

هـ	٥ - ٤	٩	٢١	٣٠	صفر
----	-------	---	----	----	-----

ملاحظات علي الجدول السابق:

- الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ منه النشاط.
- الوقت المتأخر لانتهاء النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط.
- الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لبدء النشاط - الوقت المتوقع لإتمام النشاط.

ثالثاً : تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع وإجمالي تكلفته المباشرة

يتضح من شبكة الأعمال السابقة وجود مسارين هما:

- المسار أ، ج، هـ طوله = $٧ + ١٠ + ٩ = ٢٦$ أسبوع.
 - المسار أ، ب، د، هـ طوله = $٧ + ١١ + ٣ + ٩ = ٣٠$ أسبوع. وهو المسار الحرج.
- ويتحدد الوقت العادي لإتمام المشروع علي أساس طول المسار الحرج؛ أي أن هذا الوقت = ٣٠ أسبوع.

التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع في حالة إتمام المشروع في الوقت العادي (٤١ أسبوع) = مجموع التكاليف المباشرة العادية للأنشطة التي يتكون منها المشروع؛ أي $١٤٠ + ٢٧٠ + ٤٤٠ + ١٨٠ = ١١٨٠$ جنيه.

رابعاً: تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع وإجمالي التكلفة المباشرة في ظل هذا الوقت

تتبع الخطوات التالية:

- ١- حساب ميل التكلفة وفترة التخفيض المسموح بها لكل نشاط وذلك كما هو موضح بالجدول التالي:

النشاط	التخفيض المسموح به (١)	التكاليف المباشرة الإضافية (٢)	ميل التكلفة = $٢ \div ١$
أ	٢	٧٠	٣٥
ب	٦	١٨٠	٣٠
ج	٤	١٤٠	٣٥
د	-	-	-
هـ	٤	١٦٠	٤٠

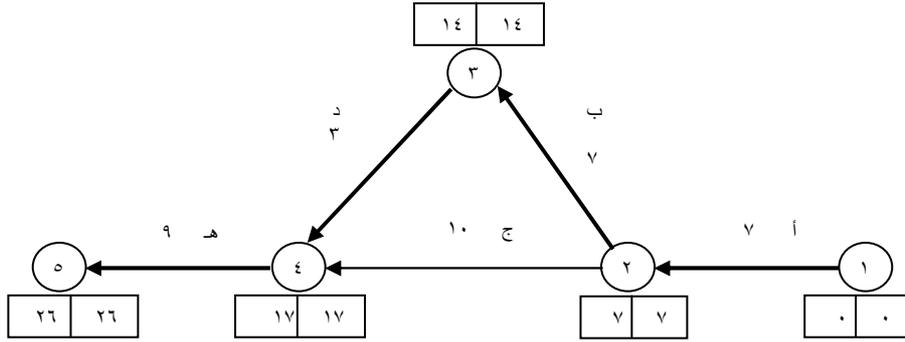
- ٢- تخفيض وقت إتمام المشروع

يمكن تخفيض وقت المشروع علي النحو التالي:



التخفيض الأول:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (ب).
- فترة التخفيض المسموح به للنشاط (ب) ٦ أسابيع.
- أقل راكد حر (النشاط ج) ٤ أسابيع .
- أيهما أقل = ٤ .∴ يخفض النشاط (ب) بمقدار ٤ أسابيع.
- ويترتب علي هذا التخفيض النتائج التالية:
- يصبح وقت إتمام النشاط (ب) بعد هذا التخفيض = ١١ - ٤ = ٧ أسابيع.
- يصبح وقت إتمام المشروع بعد هذا التخفيض = ٣٠ - ٤ = ٢٦ أسبوع.
- تزيد التكلفة المباشرة للمشروع بمقدار ١٢٠ جنيهه (٣٠ × ٤) فتصبح = ١١٨٠ + ١٢٠ = ١٣٠٠ جنيه.
- يصبح مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) = ٤ - ٤ = صفر. وهذا يعني أن النشاط غير الحرج (ج) قد تحول إلي نشاط حرج، وتظهر شبكة الأعمال بعد هذا التخفيض كما يلي:

**التخفيض الثاني:**

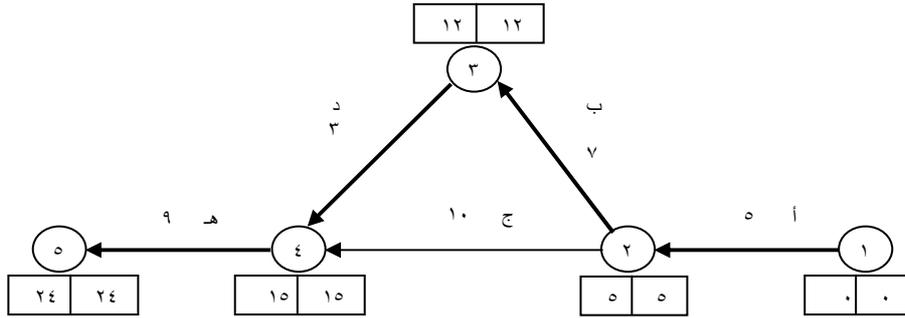
- يلاحظ من شبكة الأعمال السابقة أن:
- طول المسار أ، ج، د، هـ = ٢٦ أسبوع.
- وطول المسار أ، ب، هـ = ٢٦ أسبوع أيضاً.
- أي أصبح هناك مساران حرجان. وفي هذه الحالة يجب تخفيض وقت المسارين معاً وفي وقت واحد وبنفس المدة. وهنا يوجد ثلاثة بدائل للتخفيض هي:
- البديل الأول: تخفيض وقت النشاط (أ) المشترك في المسارين بمقدار أسبوعين وميل تكلفته ٣٥ جنيه.
- البديل الثاني: تخفيض وقت النشاط (هـ) المشترك في المسارين بمقدار ٤ أسابيع وميل تكلفته ٤٠ جنيه.

البديل الثالث: تخفيض أسبوعين من النشاط (ب) وميل تكلفته ٣٠ جنيه، مع تخفيض أسبوعين في نفس الوقت من النشاط (ج) وميل تكلفته ٣٥ جنيه؛ أي بإجمالي ميل تكلفة ٦٥ جنيه لأن كل من النشاطين علي مسار حرج مختلف.

يتضح من المقارنة بين البدائل أن ميل التكلفة للنشاط المشترك (أ) أقل من ميل التكلفة للنشاط المشترك (هـ) وأقل أيضا من إجمالي ميل التكلفة للنشاطين غير المشتركين (ب، ج).

∴ سوف نختار البديل الأول؛ أي تخفيض وقت النشاط المشترك (أ) بمقدار أسبوعين، ويترتب علي هذا التخفيض النتائج التالية:

- يصبح وقت إتمام النشاط (أ) بعد التخفيض $7 - 2 = 5$ أسابيع، وبالتالي لا يمكن تخفيضه بعد ذلك.
- يصبح وقت إتمام المشروع بعد هذا التخفيض $26 - 2 = 24$ أسبوع.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع $1300 + 2 \times 35 = 1370$ جنيه.
- تصبح شبكة الأعمال بعد هذا التخفيض كما يلي:



التخفيض الثالث:

يلاحظ أنه بعد التعديل السابق لازال لدينا بديلين للتخفيض هما:

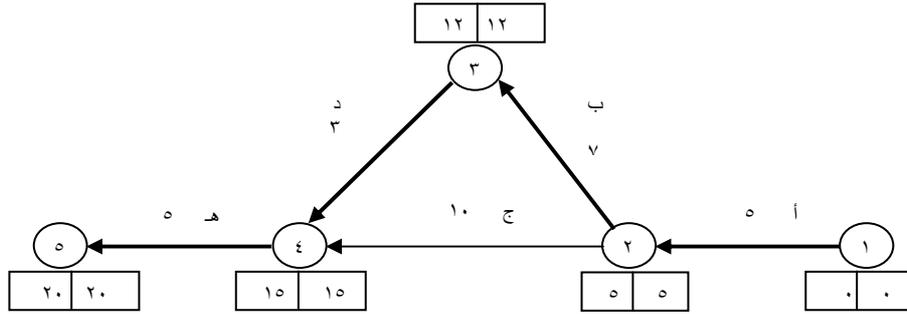
البديل الأول: تخفيض وقت النشاط (هـ) المشترك في المسارين بمقدار ٤ أسابيع وميل تكلفته ٤٠ جنيه.

البديل الثاني: تخفيض أسبوعين من النشاط (ب) وميل تكلفته ٣٠ جنيه، مع تخفيض أسبوعين في نفس الوقت من النشاط (ج) وميل تكلفته ٣٥ جنيه؛ أي بإجمالي ميل تكلفة ٦٥ جنيه لأن كل من النشاطين علي مسار حرج مختلف.

يتضح من المقارنة بين البديلين أن ميل التكلفة للنشاط المشترك (هـ) أقل من إجمالي ميل التكلفة للنشاطين غير المشتركين (ب، ج).

∴ سوف نختار البديل الأول؛ أي تخفيض وقت النشاط المشترك (هـ) بمقدار ٤ أسابيع، ويترتب علي هذا التخفيض النتائج التالية:

- يصبح وقت إتمام النشاط (هـ) بعد التخفيض $= 9 - 4 = 5$ أسابيع، وبالتالي لا يمكن تخفيض وقته بعد ذلك.
- يصبح وقت إتمام المشروع بعد هذا التخفيض $= 24 - 4 = 20$ أسبوع.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع $= 1370 + 4 \times 40 = 1530$ جنيه.
- تصبح شبكة الأعمال بعد هذا التخفيض كما يلي:



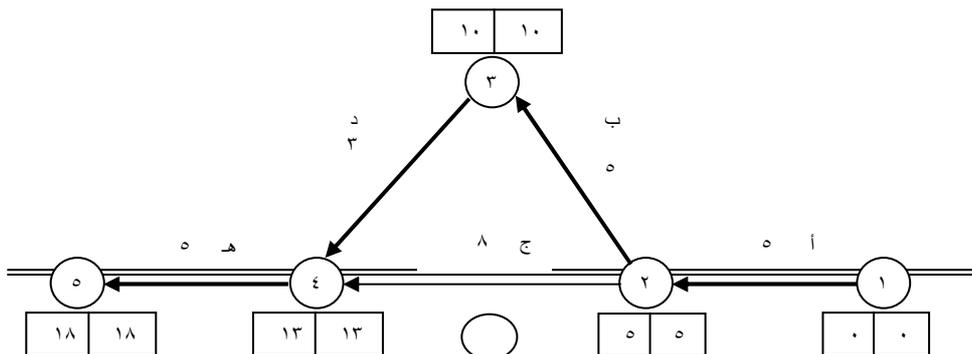
التخفيض الرابع:

لم يعد هناك أنشطة يمكن تخفيض وقتها سوي النشاطين (ب، ج)، ويلاحظ أن النشاط (ب) يسمح بتخفيض أسبوعين فقط، حيث سبق تخفيضه بمقدار 4 أسابيع في الخطوة الأولى، بينما يسمح النشاط (ج) بتخفيض 4 أسابيع لذلك سوف نختار المقدار الأقل وهو أسبوعين ونقوم بتخفيض وقت كل من النشاطين (ب، ج) بمقدار أسبوعين، ويترتب علي هذا التخفيض النتائج التالية:

- وقت إتمام النشاط (ب) بعد التخفيض $= 7 - 2 = 5$ أسبوع.
- وقت إتمام النشاط (ج) بعد التخفيض $= 10 - 2 = 8$ أسبوع.
- وقت إتمام المشروع بعد هذا التخفيض $= 20 - 2 = 18$ أسبوع.
- زيادة التكلفة المباشرة للمشروع بمقدار 130 جنيه تم حسابها كما يلي:

زيادة نتيجة لتخفيض النشاط ب $= 30 \times 2 =$	$= 60$ جنيه.
زيادة نتيجة لتخفيض النشاط ج $= 35 \times 2 =$	$= 70$ جنيه.
مجموع الزيادة في التكاليف المباشرة	$= 130$ جنيه.

- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع $= 1530 + 130 = 1660$ جنيه.
- تصبح شبكة الأعمال بعد هذا التخفيض كما يلي:



ويلاحظ أن المسارين الحرجين مازالا كما هما، وأنه لا يمكن تخفيض وقت إتمام المشروع أكثر من ذلك حيث أن جميع الأنشطة علي المسار الحرج الأول أ، ب، د، هـ قد تم تخفيضها إلي أقصى حدود التخفيض.

وفي ضوء ما تقدم يتحدد الوقت المتسرع لإتمام المشروع بمقدار ١٨ أسبوع بتكلفة مباشرة إجمالية قدرها ١٦٦٠ جنيه.

ويخلص الجدول التالي نتائج خطوات التخفيض التي تم إتباعها لتعجيل وقت إتمام

المشروع:

خطوات التخفيض	النشاط المخفض	مقدار التخفيض	وقت إتمام المشروع	التكلفة المباشرة الإضافية	إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع
قبل التخفيض			٣٠		١١٨٠
١	ب	٤	٢٦	١٢٠	١٣٠٠
٢	أ	٢	٢٤	٧٠	١٣٧٠
٣	هـ	٤	٢٠	١٦٠	١٥٣٠
٤	ب ج	٢	١٨	١٣٠	١٦٦٠
الإجمالي		١٢		٤٨٠	

يتضح من الجدول السابق أن أطول وقت لإتمام المشروع ٣٠ أسبوع (الوقت العادي) بتكلفة مباشرة قدرها ١١٨٠ جنيه (التكلفة العادية للمشروع) مع عدم تحمل أي تكاليف إضافية، في حين أن أقل وقت ممكن لإتمام المشروع (الوقت المتسرع) هو ١٨ أسبوع، ويترتب علي الإسراع بتنفيذ المشروع تحمل تكاليف مباشرة إضافية قدرها ٤٨٠ جنيه.

خامساً: تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع:

الوقت الأمثل لإتمام المشروع، يفرض أن التكلفة غير المباشرة للمشروع تقدر بمبلغ ٤٥ جنيه للأسبوع، هو ذلك الوقت الذي تنخفض عنده التكلفة الكلية للمشروع (إجمالي التكاليف المباشرة وغير المباشرة) إلي أدني حد ممكن. ويمكن تحديد هذا الوقت من خلال الجدول التالي:

خطوات التخفيض	النشاط المخفض	وقت إتمام المشروع	إجمالي التكلفة المباشرة	التكلفة غير المباشرة	التكلفة الكلية للمشروع
قبل التخفيض		٣٠	١١٨٠	$١٣٥٠ = ٤٥ \times ٣٠$	٢٥٣٠
١	ب	٢٦	١٣٠٠	$١١٧٠ = ٤٥ \times ٢٦$	٢٤٧٠
٢	أ	٢٤	١٣٧٠	$١٠٨٠ = ٤٥ \times ٢٤$	٢٤٥٠
٣	هـ	٢٠	١٥٣٠	$٩٠٠ = ٤٥ \times ٢٠$	٢٤٣٠
٤	ب ج	١٨	١٦٦٠	$٨١٠ = ٤٥ \times ١٨$	٢٤٧٠

يتضح من الجدول السابق أن الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو ٢٠ أسبوع، وهو الوقت الذي تنخفض عنده التكلفة الكلية (المباشرة + غير المباشرة) إلى أدنى حد ممكن.

تمرين رقم (٤)

فيما يلي بيان بالأنشطة التي يتكون منها أحد مشروعات البحوث والتطوير الذي يقوم مركز البحوث والدراسات التجارية بكلية التجارة - جامعة القاهرة بدراسته، وعلاقات التتابع الفني التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقدير الزمنية اللازمة لإنجاز الأنشطة (باليوم):

النشاط	حدثي البدء والانتهاؤ	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت العادي	الوقت المتسرع	التكلفة المباشرة العادية	تكلفة تعجيل النشاط لكل يوم (بالجنيه)
أ	١ - ٢	-	١٧	١٢	١٢٠	٨
ب	٢ - ٤	أ	٢٩	٢٥	٥٠٠	٢٥

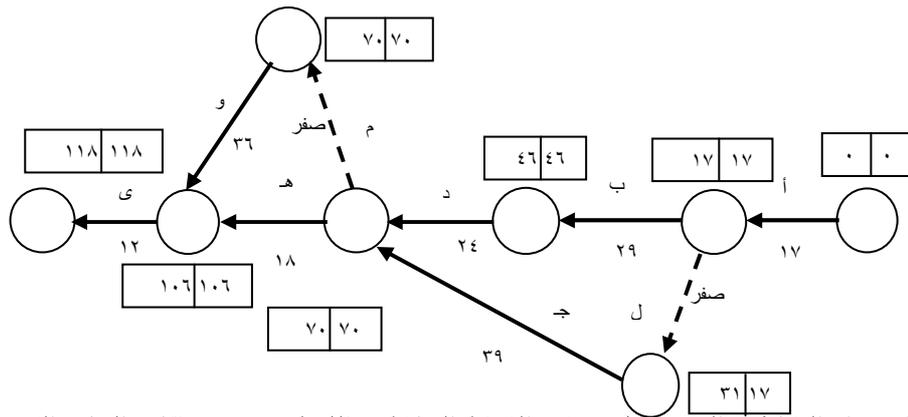
ج	٣ - ٥	أ	٣٩	٣٥	٥٢٥	٢٠
د	٤ - ٥	ب	٢٤	٢٠	٣٦٠	٢٤
هـ	٥ - ٧	ج، د	١٨	١٥	١٨٠	١٥
و	٦ - ٧	ج	٣٦	٣٠	٤٨٠	٢٢
ى	٧ - ٨	هـ، و	١٢	٨	٩٦	١٤

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم.
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانهاء النشاط، وكذلك الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٣- تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.
- ٤- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.
- ٥- تحديد الوقت الأمثل اللازم لإتمام المشروع، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة للمشروع يقدر بمبلغ ٢٠ جنيه لليوم.

الحل

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم.



- تم استخدام النشاطين الوهميين ل، م في الشبكة السابقة، وذلك لتوضيح علاقات التتابع الفني أو المنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها البعض.
- تم حساب الوقت المبكر لكل حدث على الشبكة بداية من الحدث رقم (١) وذلك وفقا للمعادلة التالية:
الوقت المبكر للحدث = الوقت المبكر للحدث السابق + الوقت المتوقع للنشاط السابق للحدث.

■ تم حساب الوقت المتأخر لكل حدث علي الشبكة بداية من الحدث رقم (٨) وذلك وفقا للمعادلة التالية:

الوقت المتأخر للحدث = الوقت المتأخر للحدث اللاحق - الوقت المتوقع للنشاط الذي يبدأ من الحدث.

٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاء النشاط، وكذلك الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط.

يتم ذلك بناء علي المعادلات التالية:

- الوقت المتوقع للنشاط هو عبارة عن الوقت العادي اللازم لإتمام النشاط.
- الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ من عنده النشاط، ولقد تم الحصول عليه من الشبكة السابقة أعلاه.
- الوقت المتأخر لانتهاء النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط.
- الوقت الراكد الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لانتهاء النشاط - الوقت المبكر لبدء النشاط - الوقت المتوقع لإتمام للنشاط.
- الوقت الراكد الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لبدء النشاط - الوقت المتوقع لإتمام النشاط.

إذا وجد أكثر من نشاط لآحق يأخذ أقل وقت

النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الوقت المتوقع للنشاط (١)	الوقت المبكر لبدء النشاط (٢)	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط (٣)	الراكد الكلي (٤)	الراكد الحر (٥)	ملاحظات
أ	١ - ٢	١٧	صفر	١٧	صفر	صفر	حرج
ب	٢ - ٤	٢٩	١٧	٤٦	صفر	صفر	حرج
ج	٣ - ٥	٣٩	١٧	٧٠	١٤	١٤	غير حرج
د	٤ - ٥	٢٤	٤٦	٧٠	صفر	صفر	حرج
هـ	٥ - ٧	١٨	٧٠	١٠٦	١٨	١٨	غير حرج
و	٦ - ٧	٣٦	٧٠	١٠٦	صفر	صفر	حرج
ى	٧ - ٨	١٢	١٠٦	١١٨	صفر	صفر	حرج
ل	٢ - ٣	صفر	١٧	٣١	١٤	صفر	غير حرج
م	٥ - ٦	صفر	٧٠	٧٠	صفر	صفر	حرج

٣- تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.

يتضح من شبكة الأعمال السابقة المرسومة وفقا للوقت العادي المتوقع أن هناك ٤ مسارات بالشبكة أطولهم (أي المسار الحرج) هو:

المسار أ - ب - د - م - و - ي وطوله = ١٧ + ٢٩ + ٢٤ + صفر + ٣٦ + ١٢ = ١١٨ يوم.

ويحدد الوقت العادي اللازم لإتمام المشروع ككل علي أساس طول المسار الحرج؛ أي أن هذا الوقت = ١١٨ يوم.

إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع:

$$= ١٢٠ + ٥٠٠ + ٥٢٥ + ٣٦٠ + ١٨٠ + ٤٨٠ + ٩٦ = ٢٢٦١ \text{ جنيه.}$$

٤- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.

▪ الوقت المتسرع لإتمام المشروع = مجموع الأزمنة المتسرفة للأنشطة الحرجة (أ، ب، د، م، و، ي) المكونة للمسار الحرج؛ أي:

$$= ١٢ + ٢٥ + ٢٠ + صفر + ٣٠ + ٨ = ٩٥ \text{ يوم.}$$

إجمالي التكلفة المباشرة المتسرفة للمشروع = إجمالي التكلفة المباشرة العادية للمشروع + تكلفة تعجيل أنشطة المسار الحرج.

تكلفة تعجيل كل نشاط من أنشطة المسار الحرج = (الوقت العادي للنشاط - الوقت المتسرع للنشاط) × تكلفة التعجيل.

$$\text{النشاط (أ)} = (١٢ - ١٧) \times ٨ \text{ ج} = ٤٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (ب)} = (٢٥ - ٢٩) \times ٢٥ \text{ ج} = ١٠٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (د)} = (٢٠ - ٢٤) \times ٢٤ \text{ ج} = ٩٦ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (و)} = (٣٠ - ٣٦) \times ٢٢ \text{ ج} = ١٣٢ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (ي)} = (٨ - ١٢) \times ١٤ \text{ ج} = ٥٦ \text{ جنيه.}$$

$$= ٤٢٤ \text{ جنيه.} \text{ تكلفة تعجيل أنشطة المسار الحرج}$$

$$\therefore \text{ إجمالي التكلفة المباشرة المتسرفة للمشروع} = ٢٢٦١ + ٤٢٤ = ٢٦٨٥ \text{ جنيه.}$$

هذا، ويمكن التوصل إلي هذه النتيجة بإتباع الآتي:

أ - حساب ميل التكلفة (تكلفة تعجيل النشاط) وفترة التخفيض المسموح بها لكل نشاط من الأنشطة الحرجة:

النشاط	فترة التخفيض المسموح بها = الوقت العادي - الوقت المتسرع	ميل التكلفة (تكلفة تعجيل النشاط)
أ	٥	٨

٢٥	٤	ب
٢٤	٤	د
٢٢	٦	و
١٤	٤	ى

ب- تخفيض وقت إتمام المشروع

لتخفيض وقت إتمام المشروع يراعى الآتي:

- تخفيض الأنشطة الحرجة فقط.
- البدء بتخفيض النشاط الذي له أقل ميل تكلفة.
- يجب مقارنة حدود التخفيض المسموح بها للنشاط المراد تخفيضه بأقل راكد حر موجب وتخفيض النشاط أيهما أقل.

وبناء على ذلك يمكن تخفيض وقت المشروع على النحو التالي:

التخفيض الأول:

- النشاط صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (أ).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (أ) ٥ أيام.
- أقل راكد حر موجب (النشاط ج) ١٤ يوم.
- أيهما أقل = ٥. ∴ يخفض النشاط (أ) بمقدار ٥ أيام.
- ويترتب على ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (أ) بعد التخفيض = ١٧ - ٥ = ١٢ يوم.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = ١١٨ - ٥ = ١١٣ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = ٢٢٦١ + ٥ × ٨ ج = ٢٣٠١ جنيه.
- مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) = ١٤ - ٥ = ٩ أيام.

التخفيض الثاني:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (ى).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (ى) ٤ أيام.
- أقل راكد حر موجب (النشاط ج) ٩ أيام.
- أيهما أقل = ٤. ∴ يخفض النشاط (ى) بمقدار ٤ أيام.
- ويترتب على ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (ى) بعد التخفيض = ١٢ - ٤ = ٨ أيام.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = ١١٣ - ٤ = ١٠٩ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = ٢٣٠١ + ٤ × ١٤ ج = ٢٣٥٧ جنيه.

○ مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) = $9 - 4 = 5$ أيام.

التخفيض الثالث:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (و).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (و) 6 أيام.
- أقل راكد حر موجب (النشاط ج) 5 أيام.
- أيهما أقل = 5 .: يخفض النشاط (و) بمقدار 5 أيام.
- ويترتب علي ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (و) بعد التخفيض = $36 - 5 = 31$ يوم.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = $109 - 5 = 104$ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = $2357 + 22 \times 5 = 2467$ ج = 2467 جنيه.
- مقدار الراكد الحر للنشاط (ج) = $5 - 5 = 0$ صفر.

التخفيض الرابع:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (و).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (و) يوم واحد (6 - 5).
- أقل راكد حر موجب (النشاط هـ) 18 يوم.
- أيهما أقل = 1 .: يخفض النشاط (و) بمقدار يوم واحد.
- ويترتب علي ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (و) بعد التخفيض = $31 - 1 = 30$ يوم.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = $104 - 1 = 103$ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = $2467 + 22 \times 1 = 2489$ ج = 2489 جنيه.
- مقدار الراكد الحر للنشاط (هـ) = $1 - 18 = 17$ يوم.

التخفيض الخامس:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (د).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (د) 4 أيام.
- أقل راكد حر موجب (النشاط هـ) 17 يوم.
- أيهما أقل = 4 .: يخفض النشاط (د) بمقدار 4 أيام.
- ويترتب علي ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (د) بعد التخفيض = $24 - 4 = 20$ يوم.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = $103 - 4 = 99$ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = $2489 + 24 \times 4 = 2585$ ج = 2585 جنيه.

○ مقدار الراكد الحر للنشاط (هـ) = ١٧ - ٤ = ١٣ يوم.

التخفيض السادس:

- النشاط الحرج صاحب أقل ميل تكلفة هو النشاط (ب).
- فترة التخفيض المسموح بها للنشاط (ب) ٤ أيام.
- أقل راكد حر موجب (النشاط هـ) ١٣ يوم.
- أيهما أقل = ٤ .: يخفض النشاط (ب) بمقدار ٤ أيام.
- ويترتب علي ذلك الآتي:
- زمن إتمام النشاط (ب) بعد التخفيض = ٢٩ - ٤ = ٢٥ يوم.
- زمن إتمام المشروع بعد التخفيض = ٩٩ - ٤ = ٩٥ يوم.
- إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع = ٢٥٨٥ + ٢٥ × ٤ = ج ٢٦٨٥ جنيه.
- مقدار الراكد الحر للنشاط (هـ) = ١٣ - ٤ = ٩ أيام.

ويوضح الجدول التالي النتائج المتعلقة بالخطوات التي اتبعت لتعجيل وقت إتمام

المشروع:

خطوات التخفيض	النشاط المخفض	مقدار التخفيض	وقت إتمام المشروع	التكلفة الإضافية	إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع
صفر			١١٨		٢٢٦١
١	أ	٥	١١٣	٤٠	٢٣٠١
٢	ى	٤	١٠٩	٥٦	٢٣٥٧
٣	و	٥	١٠٤	١١٠	٢٤٦٧
٤	و	١	١٠٣	٢٢	٢٤٨٩
٥	د	٤	٩٩	٩٦	٢٥٨٥
٦	ب	٤	٩٥	١٠٠	٢٦٨٥
الإجمالي		٢٣		٤٢٤	

٥- تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع، وإجمالي التكاليف المباشرة وغير المباشرة علي

هذا الأساس:

يجب أن نركز علي صافي التغير في التكلفة الكلية للمشروع (المباشرة وغير المباشرة) عند القيام بالمحاولات المتعلقة بتخفيض أزمنا الأنشطة الحرجة، حتى يمكننا تحديد الزمن الأمثل لإتمام المشروع، والذي يحقق أقل تكلفة ممكنة للمشروع. ويتحدد الزمن الأمثل في هذه الحالة من خلال

تحقيق التوازن بين مقدار التخفيض في زمن إتمام المشروع ومقدار الزيادة في تكلفة المشروع المترتبة علي هذا التخفيض. وهذا ما سنوضحه كآآتي:

الأنشطة الدرجة القابلة للتعجيل	فترة التخفيض المسموح بها	مقدار الزيادة في التكلفة المباشرة المتسرة لكل أسبوع (ميل التكلفة) (١)	مقدار التخفيض في التكاليف غير المباشرة / أسبوع (٢)	صافي التغير في التكلفة الكلية/ أسبوع (٣) = (١) - (٢)
أ	٥	٨	١٥	٧ -
ب	٤	٢٥	١٥	١٠ +
د	٤	٢٤	١٥	٩ +
و	٦	٢٢	١٥	٧ +
ى	٤	١٤	١٥	١ -

يوضح الجدول السابق أنه يترتب علي تعجيل زمن إتمام النشاطين أ، و حدوث تخفيض في التكلفة الكلية للمشروع. وبناء علي ذلك، يمكن حساب الزمن الأمثل لإتمام المشروع، الذي يحقق أقل تكلفة كلية ممكنة للمشروع كما يلي:

مقدار التخفيض في التكاليف الكلية الناتج عن تعجيل الأنشطة = فترة التخفيض المسموح بها بكل من النشاطين أ، ه مضروبة في صافي التغير في التكلفة الكلية لكل أسبوع تخفيض في النشاط؛ أي:

$$\text{النشاط (أ)} = ٥ \text{ أيام} \times ٧ \text{ ج} = ٣٥ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (و)} = ٤ \text{ أيام} \times ١ \text{ ج} = ٤ \text{ جنيه.}$$

$$\underline{\underline{٣٩ \text{ جنيه}}}$$

$$\therefore \text{الزمن الأمثل لإتمام المشروع} = ١١٨ - ٩ = ١٠٩ \text{ يوم.}$$

$$\text{والتكلفة الكلية لإتمام المشروع في هذا الزمن} =$$

التكلفة المباشرة العادية للمشروع

٢٢٦١ جنيه

+ التكلفة غير المباشرة العادية (١١٨ يوم \times ١٥ ج)

١٧٧٠ جنيه

- مقدار التخفيض في التكاليف

٣٩ جنيه

= التكلفة الكلية لإتمام المشروع

٣٩٩٢ جنيه

تمرين رقم (٥)



فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات المقترح أن تنفذها شركة أحمد جمال للمقاولات :

النشاط	النشاط السابق	الوقت (بالأيام)		التكلفة المباشرة (بالجنيه)	
		المتسرع	العادي	العادية	المتسعة
أ	-	٦	٤	٦٠٠	٧٨٠
ب	أ	١٠	٧	٥٠٠	٨٧٥
ج	أ	١٢	٨	٦٠٠	٩٠٠
د	ب، ج	٨	٤	٨٠٠	٩٤٠
هـ	ج	٦	٣	٦٠٠	٧٩٥
و	د، هـ	٤	٢	٨٠٠	٨٥٠

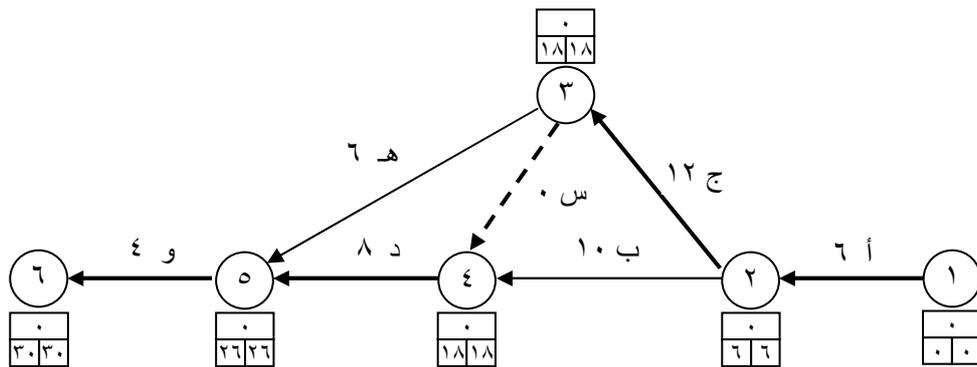
فإذا علمت أن التكلفة غير المباشرة للمشروع تبلغ ١٠٠ جنيه لكل يوم.

المطلوب :

- ١- رسم شبكة الأعمال وفقاً للوقت العادي موضحاً عليها الوقت المبكر والمتأخر لكل حدث والمسار الحرج.
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء كل نشاط والوقت المتأخر لانتهاء كل نشاط من أنشطة المشروع والوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط .
- ٣- تحديد الوقت المتسرع للمشروع وإجمالي تكلفة المشروع في ظل هذا الوقت .
- ٤- تحديد الوقت الأمثل للمشروع وإجمالي تكلفة المشروع في ظل هذا الوقت.

الحل:

أولاً: رسم شبكة الأعمال :



يتضح من شبكة الأعمال السابقة المرسومة وفقاً للوقت العادي أن هناك ٣ مسارات

بالشبكة :

المسار الأول: أ- ج- س- د- و . وطوله = ٦ + ١٢ + ٠ + ٨ + ٤ = ٣٠ يوم.

المسار الثاني: أ - ج - هـ - و. وطوله = $6 + 12 + 6 + 4 = 28$ يوم.

المسار الثالث: أ - ب - د - و. وطوله = $6 + 10 + 8 + 4 = 28$ يوم.

ويلاحظ أن المسار الأول هو المسار الحرج. يتحدد الوقت العادي لإتمام المشروع علي أساس طول المسار الحرج؛ أي أن هذا الوقت = 30 يوم.

إجمالي التكلفة المباشرة العادية للمشروع = $600 + 500 + 600 + 800 + 600 = 3900$ ج.

ملخص خطوات التخفيض

مدة التخفيض						ميل التكلفة	مقدار التخفيض المسموح به	النشاط
خطوة ٦	خطوة ٥	خطوة ٤	خطوة ٣	خطوة ٢	خطوة ١			
		٢				٩٠	٢	أ
٢						١٢٥	٣	ب
٢			٢			٧٥	٤	ج
	٢			٢		٣٥	٤	د
	٢					٦٥	٣	هـ
					٢	٢٥	٢	و
١٨	٢٠	٢٢	٢٤	٢٦	٢٨	وقت إتمام المشروع		
٦٧٥٠	٦٥٥٠	٦٥٥٠	٦٥٧٠	٦٦٢٠	٦٧٥٠	إجمالي التكاليف ٦٩٠٠		

الوقت المتسرع لإتمام المشروع = الوقت العادي لإتمام المشروع - إجمالي مدة التخفيضات الممكنة في الأنشطة.

$$= 30 - 12 = 18 \text{ يوم.}$$

إجمالي تكاليف المشروع في ظل الوقت المتسرع = إجمالي التكاليف الناتجة عن التخفيض الأخير؛ أي = 6750 ج كما هو واضح بالجدول السابق.

الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو الوقت الذي يكون عنده إجمالي تكاليف المشروع أقل ما يمكن. ويلاحظ من الجدول السابق أن الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو 22 يوم (الوقت الناتج بعد خطوة التخفيض الرابعة، أي بعد أن تكون وصلت جملة التخفيضات إلي 8 أيام من الوقت العادي) أو 20 يوم (الوقت الناتج بعد خطوة التخفيض الخامسة، أي بعد أن تكون وصلت جملة التخفيضات إلي 10 يوم من الوقت العادي)، ففي أيًا من هذين الوقتين يكون إجمالي التكاليف (المباشرة + غير المباشرة) أقل ما يمكن وتبلغ 6550 ج.

تمرين رقم (٦)



فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات المقترح أن تنفذها شركة أحمد جمال للمقاولات :

النشاط	النشاط السابق	الوقت (بالأيام)		التكلفة المباشرة (بالجنيه)	
		المتسرع	العادي	العادية	المتسعة
أ	-	٦	٤	١٢٠	٢٠٠
ب	أ	١٣	٩	٣٠٠	٤٠٠
ج	أ	١٩	١٤	١٠٠٠	١١٠٠
د	أ	١٠	٨	١٠٠٠	١١٠٠
هـ	ب، د	٤	٣	٥٠٠	٥٧٥
و	د	١٠	٦	٤٠٠	٨٠٠

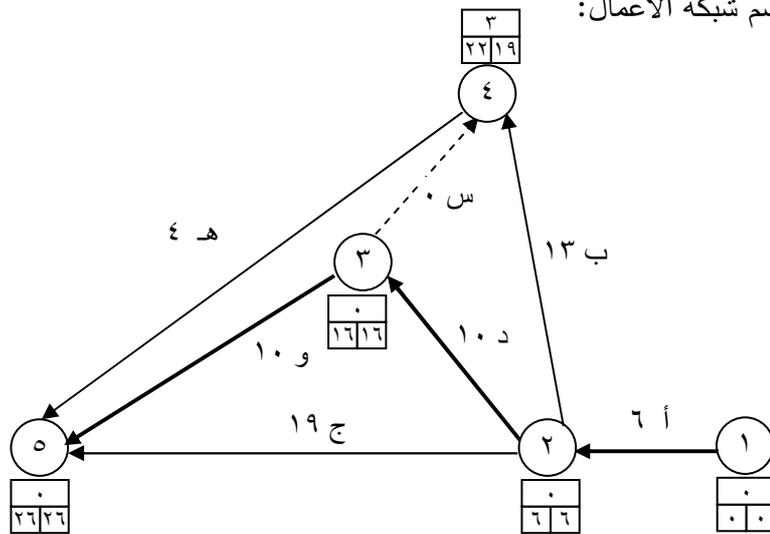
فإذا علمت أن التكلفة غير المباشرة للمشروع تبلغ ٧٥ جنيه لكل يوم.

المطلوب :

- ١- رسم شبكة الأعمال وفقاً للوقت العادي موضحاً عليها الوقت المبكر والمتأخر لكل حدث والمسار الحرج.
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء وانتهاء كل نشاط والوقت المتأخر لبدء وانتهاء كل نشاط من أنشطة المشروع والوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط.
- ٣- تحديد الوقت العادي للمشروع وإجمالي تكلفة المشروع في ظل هذا الوقت.
- ٤- تحديد الوقت المتسرع للمشروع وإجمالي تكلفة المشروع في ظل هذا الوقت.
- ٥- تحديد الوقت الأمثل للمشروع وإجمالي تكلفة المشروع في ظل هذا الوقت.

الحل

أولاً : رسم شبكة الأعمال :



ثانياً: حساب أوقات الأنشطة:

الراكب الحر	الراكب الكلي	الوقت المتأخر		الوقت المبكر		وقت النشاط	حدثي البدء والانتهاء	النشاط
		للانتهاء	للبدء	للانتهاء	للبدء			
٠	٠	٦	٠	٦	٠	٦	٢-١	أ
٠	٣	٢٢	٩	١٩	٦	١٣	٤-٢	ب
١	١	٢٦	٧	٢٥	٦	١٩	٥-٢	ج
٠	٠	١٦	٦	١٦	٦	١٠	٣-٢	د
٣	٦	٢٢	٢٢	١٦	١٦	٠	٤-٣	س (وهي)
٣	٣	٢٦	٢٢	٢٣	١٩	٤	٥-٤	هـ
٠	٠	٢٦	١٦	٢٦	١٦	١٠	٥-٣	و

■ تحديد المسار الحرج والوقت المتوقع لإتمام المشروع:

يلاحظ أن الشبكة السابقة تحتوي علي ثمانية مسارات هي:

المسار أ - ب - هـ طوله = ٦ + ١٣ + ٤ = ٢٣ يوم.

المسار أ - ج طوله = ٦ + ١٩ = ٢٥ يوم.

المسار أ - د - و طوله = ٦ + ١٠ + ١٠ = ٢٦ يوم.

المسار أ - د - س - هـ طوله = ٦ + ١٠ + ٠ + ٤ = ٢٠ يوم.

الوقت العادي المتوقع للمشروع = طول المسار الحرج = ٢٦ يوم.

إجمالي تكاليف المشروع في ظل هذا الوقت = مجموع التكاليف المباشرة العادية لأنشطة

المشروع + التكاليف غير المباشرة عن ٢٦ يوم.

= (١٢٠ + ٣٠٠ + ١٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٥٠٠ + ٤٠٠) + ٢٦ × ٧٥ = ٥٢٧٠ ج.

■ ملخص خطوات التخفيض

النشاط	مقدار التخفيض المسموح به	ميل التكلفة	مدة التخفيض				
			خطوة ١	خطوة ٢	خطوة ٣	خطوة ٤	خطوة ٥
أ	٢	٤٠	٢				
ب	٤	٢٥					٣
ج	٥	٢٠			١	١	٣
د	٢	٥٠		١			
هـ	١	٧٥					
و	٤	١٠٠				١	٣
وقت إتمام المشروع ٢٦			٢٤	٢٣	٢٢	٢١	١٨
إجمالي التكاليف ٥٢٧٠			٥٢٠٠	٥١٧٥	٥١٧٠	٥٢١٥	٥٤٢٥

الوقت المتسرع لإتمام المشروع = الوقت العادي لإتمام المشروع - إجمالي مدة التخفيضات الممكنة في الأنشطة.

$$= 26 - 8 = 18 \text{ يوم.}$$

إجمالي تكاليف المشروع في ظل الوقت المتسرع = إجمالي التكاليف الناتجة عن التخفيض الأخير؛ أي = 6750 ج كما هو واضح بالجدول السابق.

الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو الوقت الذي تكون عنده إجمالي تكاليف المشروع أقل ما يمكن. ويلاحظ من الجدول السابق أن الوقت الأمثل لإتمام المشروع هو 22 يوم (الوقت الناتج بعد خطوة التخفيض الثالثة ، أي بعد أن تكون وصلت جملة التخفيضات إلي 4 أيام من الوقت العادي)، حيث يكون إجمالي التكاليف (المباشرة + غير المباشرة) أقل ما يمكن وتبلغ 5170 ج.

تمرين رقم (٧)

تقوم إدارة إحدى المنشآت الصناعية بدراسة خطة تطوير منتج جديد وعرضه في السوق، وفيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها المشروع محل الدراسة، وعلاقات التابع الفني أو المنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقدير الزمنية اللازمة لإنجاز الأنشطة (باليوم):

النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت العادي	الوقت المتسرع	تكلفة تعجيل النشاط لكل يوم (بالجنيه)
أ	١ - ٢	-	١٥	١٢	٦
ب	١ - ٣	-	٣٠	٢١	١٢
ج	٢ - ٣	أ	٩	٦	٦

د	٥ - ٣	ب ، ج	١٥	٩	٩
هـ	٤ - ٣	ب ، ج	١٢	٩	١٥
و	٧ - ٤	هـ	١٨	٩	١٥
ز	٦ - ٥	د	١٥	٦	٣
ح	٧ - ٥	د	١٨	١٢	١٢
ط	٨ - ٧	و ، ح	١٨	١٢	٩
ك	٨ - ٦	ز	١٢	٩	٩

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم.
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاء النشاط بالنسبة لكل أنشطة المشروع.
- ٣- تحديد الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٤- تحديد المسار الحرج، وتحديد الوقت العادي لإتمام المشروع على هذا الأساس.
- ٥- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد تكلفة تعجيل وقت إتمام المشروع على هذا الأساس.

تمرين رقم (٨)

فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات، والتقديرات الزمنية اللازمة لإتمام أنشطة المشروع (باليوم):

النشاط	حدثي البدء والانتهاؤ	الوقت العادي	الوقت المتسرع	التكلفة العادية	التكلفة المتسرفة
أ	١ - ٢	٥	٣	٢٠٠	٣٠٠
ب	١ - ٣	٣	٢	١٠٠	٢٠٠
ج	٢ - ٤	٤	٢	١٦٠	٢٤٠
د	٢ - ٥	٦	٣	٢٥٠	٤٣٠
هـ	٣ - ٤	٥	٤	٢٢٠	٣٠٠



٤٨٠	٣٠٠	٤	٧	٥ - ٣	و
٤٥٠	٢٥٠	٥	٩	٦ - ٤	ل
٤٤٠	٣٠٠	٦	٨	٦ - ٥	ى

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال وتحديد الوقت المبكر والمتأخر والراكد لكل حدث علي الشبكة.
- ٢- تحديد الوقت المبكر والمتأخر لبدء وانتهاء كل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٣- تحديد الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٤- تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية لإتمام المشروع في هذا الوقت.
- ٥- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية لإتمام المشروع في هذا الوقت.
- ٦- تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع وإجمالي التكاليف المباشرة وغير المباشرة للمشروع في ظل هذا الوقت، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة يقدر بمبلغ ٨٠ جنيه لكل يوم.

تمرين رقم (٩)

فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات محل الدراسة، والتقدير الزمنية اللازمة لإتمام أنشطة المشروع (بالأسبوع):

النشاط	حدثي البدء والانتها	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت اللازم لإتمام النشاط بالأسبوع
أ	٣ - ١	-	٣
ب	٣ - ٢	-	٢
ج	٧ - ٣	أ، ب	٢
د	٦ - ٤	أ، ب	٢
هـ	٦ - ٥	ب	١
و	٧ - ٦	د، هـ	١
ز	٩ - ٧	ج، و	٤
ح	٩ - ٨	د، هـ	٢
ط	١٠ - ٩	ح، ط	٣

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم.
- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاء النشاط بالنسبة لكل أنشطة المشروع.
- ٣- تحديد الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٤- تحديد المسار الحرج، وتحديد الوقت اللازم لإتمام المشروع.

تمرين رقم (١٠)

فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات، والتقديرات الزمنية اللازمة لإتمام أنشطة المشروع (بالأسبوع):

النشاط	حدثي البدء والانهاء	الوقت العادي	الوقت المتسرع	التكلفة العادية	التكلفة المتسعة
أ	١ - ٢	٢	١	١٨٠٠	٢٣٠٠
ب	٢ - ٣	٤	٢	٣٢٠٠	٣٦٠٠
ج	٣ - ٤	١٠	٧	٦٢٠٠	٧١٠٠
د	٤ - ٥	٤	٣	٤١٠٠	٤٩٠٠
هـ	٤ - ٦	٦	٤	٢٦٠٠	٣٠٠٠
و	٤ - ٧	٧	٥	٢١٠٠	٢٤٠٠
ز	٥ - ٧	٥	٣	١٨٠٠	٢٢٠٠
ح	٦ - ٨	٧	٤	٩٠٠٠	٩٦٠٠
ط	٧ - ٩	٨	٦	٤٣٠٠	٤٦٠٠
ك	٨ - ١٠	٩	٦	٢٠٠٠	٢٦٠٠
ل	٩ - ١١	٤	٣	١٦٠٠	١٨٠٠
م	٩ - ١٢	٥	٣	٢٥٠٠	٣٠٠٠

ن	١٠ - ١٣	٢	١	١٠٠٠	١٥٠٠
ق	١٢ - ١٣	٦	٣	٣٣٠٠	٤٥٠٠

المطلوب:

١. رسم شبكة الأعمال وتحديد الوقت المبكر والمتأخر والراكد لكل حدث علي الشبكة.
٢. تحديد الوقت المبكر والمتأخر لبدء وانتهاء كل نشاط من أنشطة المشروع.
٣. تحديد الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
٤. تحديد الوقت العادي لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية لإتمام المشروع في هذا الوقت.
٥. تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية لإتمام المشروع في هذا الوقت.
٦. تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع وإجمالي التكاليف المباشرة وغير المباشرة للمشروع في ظل هذا الوقت، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة لكل أسبوع يقدر بمبلغ ٣٥٠ جنيه.

تمرين رقم (١١)

البيانات التالية تتعلق بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات محل الدراسة، وعلاقات التتابع الفني التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقدير الزمنية اللازمة لإنجاز الأنشطة (بالأسبوع):

النشاط	حدثي البدء والانتها	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت اللازم لإتمام النشاط بالأسبوع
أ	١ - ٢	-	٩
ب	١ - ٣	-	٣
ج	٢ - ٤	أ	١٢
د	٣ - ٤	ب	٦
هـ	٤ - ٥	ج ، د	١٥

فإذا علمت أن إدارة المشروع ترغب في إتمام النشاطين أ ، ب قبل أن يبدأ النشاط

(د).

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم.



- ٢- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاه النشاط بالنسبة لكل أنشطة المشروع.
- ٣- تحديد الوقت الراكد الكلى والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع.
- ٤- تحديد المسار الحرج، وتحديد الوقت اللازم لإتمام المشروع.

الفصل الخامس

تخطيط ورقابة تنفيذ المشروعات في ظل عدم التأكد باستخدام أسلوب بيرت

مقدمة :

في حين يقوم أسلوب المسار الحرج علي أساس تقدير وقت واحد لكل نشاط حيث لا يأخذ في الاعتبار ظروف عدم التأكد عند تقدير الوقت الخاص بكل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع ، ويصلح لدراسة المشروعات التي يكون لدي الإدارة خبرة مسبقة في التعامل معها بحيث يمكنها الاعتماد على هذه الخبرة في تقدير الأوقات المتعلقة بإتمام الأنشطة المختلفة ، وبالتالي تقدير الوقت الكلى لإتمام المشروع . يصلح أسلوب بيرت لدراسة المشروعات التي لا يكون لدي الإدارة خبرة مسبقة بها، أي عندما تواجه الإدارة ظروف عدم التأكد عند تخطيط هذه المشروعات . بعبارة أخرى ، يأخذ أسلوب بيرت ظروف عدم التأكد في الاعتبار عند تقدير الأوقات اللازمة لتنفيذ الأنشطة المختلفة التي يتضمنها



المشروع محل الدراسة وتقدير الوقت الكلي اللازم لتنفيذ المشروع . وعلى ذلك، لا يكفي أسلوب بيرت بتقدير وقتي واحد لكل نشاط من أنشطة المشروع محل الدراسة، كما هو الحال بالنسبة لأسلوب المسار الحرج ، وإنما يفترض ثلاث تقديرات زمنية لكل نشاط من أنشطة المشروع ، وهي الوقت المتفائل والوقت الأكثر احتمالاً والوقت المتشائم . ومن خلال هذه التقديرات يقوم أسلوب بيرت بحساب الوقت المتوقع لكل نشاط من الأنشطة ، وبالتالي حساب الوقت المتوقع لإتمام المشروع ككل .

تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع في ظل ظروف عدم التأكد:

يتطلب تحديد الوقت المتوقع لإنجاز المشروع في ظل ظروف عدم التأكد إعداد ثلاث تقديرات تتعلق بالوقت اللازم لإتمام كل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة ، وهذه التقديرات الزمنية هي :

الوقت المتفائل (ف) Optimistic Time:

عبارة عن تقدير أقل وقت ممكن لإتمام النشاط عندما يسير كل شئ طبقاً لما هو مخطط ؛ أي بفرض أن الظروف مواتية ، وأن كل شئ سيكون مثالياً لتنفيذ النشاط . واحتمال إتمام النشاط خلال هذا الوقت يكون ضئيلاً جداً .

الوقت المتشائم (ش) Pessimistic Time:

عبارة عن تقدير أقصى وقت يمكن فيه تنفيذ النشاط بفرض أن الظروف غير مواتية وأن الحظ سيكون سئاً أثناء التنفيذ ؛ أي بفرض عدم استقرار العوامل والظروف المحيطة والتي يكون لها تأثير على تنفيذ المشروع مثل الأعطال الفنية ، نقص المواد الأولية أو التأخير في استلام المواد الأولية ، وغيرها من المتاعب والمشاكل الثانوية التي تواجه تنفيذ المشروع . وهنا يجب أن نشير أن تقدير الوقت المتشائم لا يأخذ في اعتباره العطلات أو التأخيرات غير العادية أو طويلة الأمد أو الكوارث التي يمكن أن تحدث أثناء تنفيذ المشروع . وعادة ما يكون احتمال إتمام النشاط خلال الوقت المتشائم احتمالاً ضئيلاً نسبياً ، وهو ما يعني أن فرصة تحقق الوقت المتشائم لإتمام النشاط في الواقع العملي هي فرصة ضئيلة جداً .

الوقت الأكثر احتمالاً (ك) Most Likely Time:

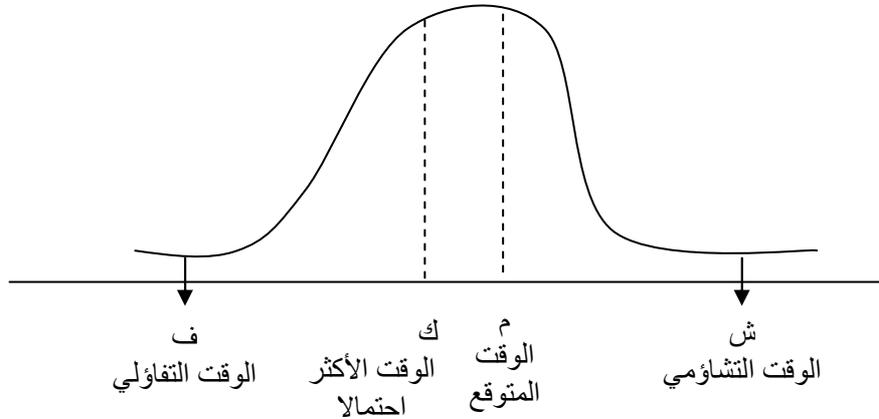
عبارة عن تقدير الوقت المطلوب لإتمام النشاط في ظل الظروف العادية المتوقع حدوثها . ويعد الوقت الأكثر احتمالاً لإتمام النشاط أقل من التقدير المتشائم وأكبر من التقدير المتفائل للوقت اللازم لإتمام النشاط وهو بذلك يقع



بين التقديرين ، وتكون فرصة تحققه في الواقع العملي أكبر من فرصة تحقق الوقت المتفائل والوقت المتشائم ، وهو ما يعنى أن احتمال إتمام النشاط خلال الوقت الأكثر احتمالاً هو احتمال كبير نسبياً .

نخلص مما تقدم إلى أن الوقت الأكثر احتمالاً هو الوقت المطلوب لإتمام النشاط في ظل الظروف العادية . وإذا أخذنا في الاعتبار ظروف عدم التأكد ، فإن مدى التغير في وقت إتمام النشاط يقدم بواسطة التقدير المتفائل والتقدير المتشائم . ونظراً لأن هذين التقديرين الأخيرين هما مجرد تخمينا من قبل شخص متمرس فإن الوقت الفعلي لإتمام النشاط يمكن أن يقع خارج هذا المدى ، ولكن احتمال وقوع الوقت الفعلي لإتمام النشاط خارج هذا المدى هو احتمال صغير جداً . وتأسيساً على ذلك فقد أعطيت أوزان ترجيحية للتقديرات الثلاثة للوقت المتفائل والأكثر احتمالاً والمتشائم على الترتيب هي $\frac{1}{6} : \frac{4}{6} : \frac{1}{6}$.

هذا، وتفترض معظم التحليلات التي تقوم على أساس أسلوب بيرت توزيع بيتا Beta بالنسبة لأوقات الأنشطة التي يتكون منها المشروع محل الدراسة ، ويأخذ توزيع بيتا بالنسبة لأوقات إتمام الأنشطة الشكل التالي :



شكل رقم (١/٥) توزيع بيتا بالنسبة لأزمنة إتمام الأنشطة

ويشير الوقت المتوقع لإتمام النشاط إلى القيمة المتوسطة لتقديرات الوقت الثلاثة (الوقت المتفائل والوقت المتشائم والوقت الأكثر احتمالاً) ، وبحسب وفقاً للعلاقة التالية :

$$\text{الوقت المتوقع للنشاط (م)} = \frac{\text{ف} + \text{ك} + \text{ش}}{\text{٦}} \quad (١)$$

ونظراً لأن الوقت الفعلي لإتمام النشاط قد يختلف عن قيمته المتوسطة (الوقت المتوقع) فإننا نحتاج لحساب تباين وقت النشاط Variance ، ويحسب هذا التباين وفقاً للعلاقة التالية :

$$\text{التباين } (\sigma^2) = \left(\frac{\text{ش} - \text{ف}}{\text{٦}} \right)^2 \quad (٢)$$

وبالتالي يمكن حساب الانحراف المعياري بالنسبة لكل نشاط كالتالي:

$$\text{الانحراف المعياري } (\sigma) = \frac{\text{ش} - \text{ف}}{\text{٦}} \quad (٣)$$

ويفيد حساب الانحراف المعياري في تحديد احتمالات إتمام المشروع في حدود وقت معين أو بتكاليف محددة كما سنوضح فيما بعد عندما نتناول التحليل الاحتمالي للمشروع .

وعلى ذلك ، يقوم أسلوب بيرت باستخدام المعادلتين (١) ، (٢) لحساب الوقت المتوقع (المتوسط) والتباين لكل نشاط من الأنشطة التي يتضمنها المشروع محل الدراسة وذلك في ضوء التقديرات الزمنية الثلاث لكل نشاط ، وهي تقديرات الوقت المتفائل والوقت المتشائم والوقت الأكثر احتمالاً . وتتمثل الخطوة التالية بعد ذلك في استخدام الأوقات المتوقعة لإتمام الأنشطة في رسم شبكة الأعمال الممثلة للمشروع محل الدراسة وتحديد المسار الحرج للمشروع على هذا الأساس ، وبالتالي تحديد الوقت الكلي لإتمام المشروع والذي هو عبارة عن مجموع كل الأوقات المتوقعة (المتوسطة) للأنشطة المكونة للمسار الحرج . وبالمثل فإن تباين الوقت الكلي لإتمام المشروع هو عبارة عن مجموع تباينات الأنشطة المكونة للمسار الحرج وذلك بافتراض أن أنشطة المشروع مستقلة وأيضاً المسارات الحرجة مستقلة (أي لا تكون هناك أنشطة مشتركة بالنسبة لتلك المسارات) .

ولتوضيح كيفية حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط

من أنشطة المشروع نسوق المثال الافتراضي التالي :



مثال (١) :

تقوم شركة الفيوم للاستثمارات العقارية والسياحية بتنفيذ أحد المشروعات ، وفيما يلي بيانات الوقت الخاصة بالمشروع :

الوقت (بالأسبوع)			حدثي البدء والانتهاء	النشاط
المتشائم	الأكثر احتمالا	المتفائل		
١٢	٩	٦	١ - ٢	أ
٢٧	٢١	١٥	٢ - ٣	ب
٣٠	١٢	٦	٢ - ٤	ج
٢٠	١١	٨	٢ - ٥	د
٢٧	٩	٣	٣ - ٦	هـ
١٧	١١	٥	٤ - ٧	و
١٨	٩	٦	٥ - ٧	ز
٣٠	٢٤	١٨	٦ - ٨	ح
٢١	١٥	٩	٧ - ٨	ط

المطلوب :

- ١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط من أنشطة المشروع .
- ٢- رسم شبكة الأعمال علي أساس الوقت المتوقع لكل نشاط ، موضحا عليها الوقت المبكر والمتأخر لكل حدث .
- ٣- تحديد المسار الحرج للمشروع وتحديد الوقت الكلي لإتمام المشروع .
- ٤- حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي لإتمام المشروع .

الحل

- ١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري للأنشطة : وذلك كما هو موضح بالجدول رقم (١/٥) التالي :



المسار أ ، ب ، هـ ، ح طوله = ٩ + ٢١ + ١١ + ٢٤ = ٦٥ أسبوع .

المسار أ ، ج ، و ، ط طوله = ٩ + ١٤ + ١١ + ١٥ = ٤٩ أسبوع .

المسار أ ، د ، ز ، ط طوله = ٩ + ١٢ + ١٠ + ١٥ = ٤٦ أسبوع .

وحيث أن المسار أ ، ب ، هـ ، ح هو أطول مسار علي الشبكة فإنه يعد المسار الحرج بالمشروع . ويكون الوقت المتوقع لإتمام المشروع ككل ٦٥ أسبوع وهو يساوي طول المسار الحرج .

٤ - حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي المتوقع للمشروع :

التباين للوقت الكلي المتوقع لإتمام المشروع يساوي مجموع تباينات الأنشطة المكونة للمسار الحرج .

∴ التباين للوقت الكلي المتوقع للمشروع = ١ + ٤ + ١٦ + ٤ = ٢٥ .

$$\begin{aligned} \text{الانحراف المعياري للوقت الكلي المتوقع للمشروع} &= \sqrt{\text{تباين الوقت المتوقع للمشروع}} \\ &= \sqrt{\text{مجموع تباينات الأنشطة المكونة للمسار الحرج}} \\ &= \sqrt{٢٥} = ٥ \end{aligned}$$

التحليل الاحتمالي لوقت إتمام المشروع Probability Analysis :

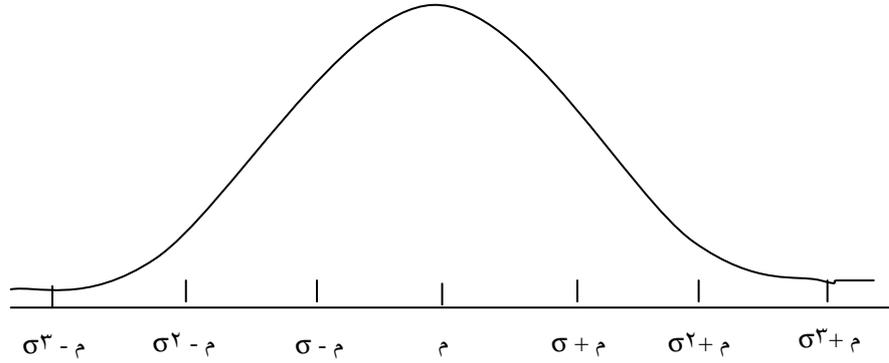
أشرنا فيما سبق إلى أن الأوقات المتوقعة لإتمام أنشطة المشروع ما هي إلا متوسطات إحصائية للتقديرات الثلاثة لوقت كل نشاط ، وهي تقديرات الوقت المتفائل والوقت المتشائم والوقت الأكثر احتمالاً . وبالتالي ، فإنه عند ممارسة تنفيذ الأنشطة فإن الأوقات الفعلية قد تتطابق أو لا تتطابق مع هذه الأوقات المخططة . ونظراً لأن الإدارة غالباً ما تنقيد بإتمام المشروع في الوقت المخطط له فإنه يكون من الضروري دراسة احتمال إتمام المشروع في الوقت المخطط له من عدمه ، حيث أن التأخير في تنفيذ المشروع قد يؤدي إلى تحميل الإدارة بتكاليف إضافية تتمثل في الغرامات والجزاءات التي قد تفرض عليها وأيضاً زيادة التكاليف غير المباشرة .

وعلى ذلك ، تفيد دراسة الاحتمالات المتعلقة بإتمام المشروع في توفير المعلومات المناسبة التي ترشد الإدارة عند اتخاذ القرارات المتعلقة بتحديد وقت إتمام المشروع ، إذ تستطيع الإدارة عن طريق هذه المعلومات أن تجد إجابة لبعض الأسئلة مثل :

ما هو احتمال إتمام المشروع خلال فترة زمنية معينة ؟



ما هو احتمال أن يأخذ المشروع فترة أطول عن مدة معينة لإتمامه ؟
 هذا ، ويفترض أسلوب بيرت أن أوقات إتمام الأنشطة مستقلة وموزعة توزيعاً طبيعياً . ويأخذ التوزيع الطبيعي الشكل رقم (٣/٥) ، وهو يتحدد بمعرفة ثابتين هما الوسط الحسابي "م" والانحراف المعياري "σ". وتعد خواص هذا التوزيع معروفة بدقة نظراً لأهميته ، فإذا أخذنا القيمتين "م - σ" ، "م + σ" سنجد أن هاتين القيمتين تحصران بينهما ٦٨.٢ ٪ من قيم المتغير العشوائي^(١) الموزع توزيعاً طبيعياً ، وإذا تباعد الحدان إلى "م - ٢σ" ، "م + ٢σ" فإنهما يحصران بينهما ٩٥.٤ ٪ من قيم المتغير ، وإذا تباعد الحدان أكثر إلى "م - ٣σ" ، "م + ٣σ" فإنهما يحصران بينهما ٩٩.٧ ٪ من قيم المتغير. ومن الخواص الأخرى للتوزيع الطبيعي أنه توزيع متماثل حول وسطه الحسابي، بمعنى أن ٥٠ ٪ من قيم المتغير تقع على كل جانب من جانبي خط الوسط، بالإضافة إلى أن المساحة تحت المنحنى والمحصورة بين (م - σ) ، والمساحة المحصورة بين (م ، م + σ) متساويتان لأي قيمة للمتغير σ .



شكل رقم (٣/٥) التوزيع الطبيعي بمتوسط "م" وانحراف معياري "σ"

وإذا أخذنا في الاعتبار مثالنا السابق الإشارة إليه فإن الوقت الكلي لإتمام المشروع هو عبارة عن مجموع أوقات إتمام الأنشطة المكونة للمسار الحرج ، وبالتالي فإن له توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي هو الوقت المتوقع لإتمام المشروع وقدره: ٦٥ أسبوع ، وانحرافه المعياري "σ" هو ٥. ولقد اتضح لنا مما سبق أنه بالنسبة لأي توزيع طبيعي ، فإن احتمال وقوع المتغير العشوائي خلال انحراف معياري واحد من المتوسط يقدر بـ ٦٨.٢ ٪ ، وأن احتمال وقوع المتغير العشوائي خلال انحرافين

^(١) المتغير العشوائي هو المتغير الذي تعتمد قيمته على الصدفة .

معياريين من المتوسط يقدر بـ ٩٥.٤٪ ، وأن احتمال وقوع المتغير العشوائي خلال ٣ انحرافات معيارية من المتوسط يقدر بـ ٩٩.٧٪ .

وعلى ذلك ، فإن احتمال وقوع وقت إتمام المشروع المشار إليه ما بين ٦٠ ، ٧٠ أسبوع^(١) يقدر بـ ٦٨.٢٪ ، وأن احتمال وقوع وقت إتمام المشروع ما بين ٥٥ ، ٧٥ أسبوع^(٢) يقدر بـ ٩٥.٤٪ ، وأن احتمال وقوع وقت إتمام المشروع ما بين ٥٠ ، ٨٠ أسبوع^(٣) يقدر بـ ٩٩.٧٪ .

ونظراً لأن احتمال حدوث المتوسط الإحصائي في كثير من جداول التوزيعات الاحتمالية الطبيعية هو ٥٠٪ ، فإنه يمكن القول أن احتمال إتمام المشروع خلال وقت الإتمام المتوقع له (وهو ٦٥ أسبوع) ٥٠٪ فقط .

وعلى هذا الأساس يُمكن للإدارة أن تحدد احتمالات إتمام المشروع في فترات زمنية معينة تزيد أو تقل عن الوقت المتوقع له . ويتطلب حساب تلك الاحتمالات إتباع الآتي :

١. تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع (طول المسار الحرج) .
٢. تحديد الانحراف المعياري للوقت المتوقع .
٣. تحديد الوقت المستهدف (هـ) وربطه بالمتغير الطبيعي القياسي من خلال العلاقة الآتية :

$$U = \frac{M - H}{\sigma}$$

حيث أن :

هـ : الوقت المستهدف لإتمام المشروع .

م : الوقت المتوقع لإتمام المشروع .

σ : الانحراف المعياري للوقت المتوقع لإتمام المشروع .

ويعرف المتغير الطبيعي القياسي بأنه متغير متوسطه صفر وانحرافه المعياري واحد ، لذلك فإن دالة كثافة احتمالته ليس بها ثوابت مجهولة . وبالتالي أمكن حساب التكامل على دالة كثافة احتمالته للقيم المختلفة التي يأخذها المتغير ، ووضعت في

^(١) الوقت المتوقع لإتمام المشروع (م) \pm انحراف معياري واحد (σ) = $65 \pm (5 \times 1) = 60, 70$

^(٢) الوقت المتوقع لإتمام المشروع (م) \pm انحرافين معيارين (2σ) = $65 \pm (5 \times 2) = 55, 75$

^(٣) الوقت المتوقع لإتمام المشروع (م) \pm ٣ انحرافات معيارية (3σ) = $65 \pm (5 \times 3) = 50, 80$

جدول يعرف بجدول التوزيع الطبيعي القياسي . ويستخدم هذا الجدول في حساب الاحتمالات سواء للمتغير الطبيعي محل الدراسة أو للمتغير الطبيعي القياسي .

٤ . تحديد احتمال إتمام المشروع خلال فترة زمنية معينة (الوقت المستهدف) :

يتطلب حساب احتمال إتمام المشروع خلال الوقت المستهدف حساب قيمة المتغير القياسي "ى" كما سبق ، وتحديد الاحتمال المرتبط بقيمة "ى" من خلال الكشف بجدول التوزيع الطبيعي القياسي جدول رقم (٤/٥) الملحق بنهاية هذا الفصل ، ويكون هذا الاحتمال هو احتمال إتمام المشروع خلال الوقت المستهدف .

وللتوضيح افترض أن الإدارة ترغب في معرفة احتمال إتمام المشروع في المثال السابق الإشارة إليه خلال ٦٦ أسبوع . في هذه الحالة تتبع الخطوات الآتية :

- تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع وهو ٦٥ أسبوع .
- تحديد الانحراف المعياري للوقت المتوقع وهو ٥ .
- تحديد قيمة المتغير القياسي (ى) :

$$ى = \frac{٦٦ - ٦٥}{٥} = ٠.٢٠$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي رقم (٤/٥) أمام صف (٠.٢) وأسفل العمود الأول (صفر) فإن القيمة الناتجة من تقاطع الصف مع العمود وقدرها ٠.٥٧٩ تمثل الاحتمال المرتبط بقيمة ى = ٠.٢٠ ، والذي يمثل بدوره احتمال إتمام المشروع محل الدراسة خلال فترة ٦٦ أسبوع .

∴ احتمال إتمام مشروع إعادة تصميم المنتج خلال ٦٦ أسبوع = ٥٧.٩ % .

وإذا أرادت الإدارة إتمام المشروع خلال ٧٢ أسبوع فإنه يمكن حساب احتمال إتمام المشروع خلال هذه الفترة كالتالي :

$$ى = \frac{٧٢ - ٦٥}{٥} = ١.٤٠$$

بالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي رقم (٤/٥) أمام صف (١.٤) وأسفل العمود الأول (صفر) فإن القيمة الناتجة من تقاطع الصف مع العمود وقدرها ٠.٩١٩ (أي ٩١.٩ %) تمثل الاحتمال المرتبط بقيمة ى = ١.٤٠ ، والذي يمثل بدوره احتمال إتمام المشروع محل الدراسة خلال فترة ٧٢ أسبوع .



يتضح مما سبق أنه كلما زاد الوقت المستهدف لإتمام المشروع عن الوقت المتوقع (المتوسط) لإتمامه كلما زاد احتمال إتمام المشروع المرتبط بالوقت المستهدف. من ناحية أخرى ، إذا كانت الإدارة ترغب في إتمام المشروع خلال فترة زمنية قدرها ٦١ أسبوع ، وهي فترة تقل عن الوقت المتوقع لإتمامه ، فإنه يمكن في هذه الحالة حساب احتمال إتمام المشروع خلال الوقت المستهدف كالاتي :

$$y = \frac{65 - 61}{5} = 0.80$$

بالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام صف (٠.٨) وأسفل العمود الأول (صفر) نستخرج القيمة الناتجة من تقاطع الصف مع العمود وقدرها ٠.٧٨٨ . ونظراً لأن قيمة (y) سالبة فإنه يمكن الحصول على الاحتمال المرتبط بتلك القيمة السالبة وذلك عن طريق طرح القيمة المقابلة لقيمة (y) الموجبة التي حصلنا عليها وقدرها ٠.٧٨٨ من الواحد الصحيح. وفي هذه الحالة يكون الاحتمال المرتبط بقيمة (y) السالبة هو ٠.٢١٢ (أي ١ - ٠.٧٨٨) ، وبالتالي يكون احتمال إتمام المشروع خلال ٦١ أسبوع هو ٢١.٢٪ .

وأخيراً، نود الإشارة إلى أنه عندما يوجد أكثر من مسار حرج واحد بالنسبة لوقت إتمام المشروع محل الدراسة ، فإن التباين بالنسبة لكل مسار قد يكون مختلفاً على الرغم من تساوي القيمة المتوقعة للمسارات . في هذه الحالة فإنه يمكن استخدام أكبر تباين لوقت إتمام المشروع كأساس لتقدير احتمال إتمام المشروع في وقت معين . وهناك طريقة أخرى لتقدير احتمال إتمام المشروع في وقت معين في حالة تعدد المسارات الحرجة تتمثل في حساب الاحتمال المرتبط بكل مسار من المسارات الحرجة وضرب تلك الاحتمالات في بعضها البعض لنحصل على احتمال إتمام المشروع ككل في وقت معين .

نخلص مما تقدم إلى أن تحليل شبكات الأعمال سواء باستخدام أسلوب المسار الحرج أو أسلوب بيرت يقدم منافع عديدة لعملية تخطيط المشروعات والرقابة عليها أثناء التنفيذ . ونظراً لأن تحليل شبكات الأعمال يستخدم على نطاق واسع في وقتنا الحاضر ، فإنه من الضروري أن نشير في عجلة ، وفي ضوء دراستنا السابقة لأساليب تحليل شبكات الأعمال ، إلى بعض المنافع التي تتحقق من وراء تحليل

شبكات الأعمال بالنسبة لعملية تخطيط المشروعات والرقابة عليها أثناء التنفيذ ، وهذه المنافع هي :

• مرحلة تخطيط المشروعات:

- يفيد تحليل شبكة الأعمال للمشروع محل الدراسة في توجيه اهتمام وتفكير القائمين بالتخطيط إلى الأمور الآتية :
- ١- تحديد الأنشطة التي يتكون منها المشروع .
 - ٢- تحديد العلاقات التتابعية الفنية أو المنطقية التي توضح علاقة كل نشاط في شبكة الأعمال بالأنشطة الأخرى التي يتكون منها المشروع .
 - ٣- تحديد الأوقات المتوقعة لإتمام أنشطة المشروع ، وبالتالي تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع ككل .

• مرحلة تنفيذ المشروعات:

- يفيد تحليل شبكة الأعمال في إدارة المشروعات والرقابة عليها أثناء التنفيذ، وذلك على النحو التالي :
- ١- توجيه اهتمام الإدارة إلى الأنشطة الحرجة للمشروع أثناء التنفيذ لأن أي تأخير في إنجاز هذه الأنشطة عن الوقت المتوقع لإتمامها من المرجح أن يؤدي إلى تأخير وقت إتمام المشروع ككل .
 - ٢- يفيد تحليل شبكة الأعمال في ترتيب الأنشطة غير الحرجة في ضوء الأوقات الراكدة لتلك الأنشطة . وعلى ذلك ، فإن الأنشطة غير الحرجة التي تكون أوقاتها الراكدة صغيرة تتطلب اهتمام أكبر من تلك الأنشطة التي تكون الأوقات الراكدة بالنسبة لها كبيرة .
 - ٣- يساعد تحليل الشبكات في توفير الفرصة لتحديث تلك الشبكات على فترات زمنية منتظمة . وتنشأ الضرورة لهذا التحديث عندما يبدأ التنفيذ العملي للمشروع وتتوافر البيانات والتفاصيل عن الأنشطة التي تم إنجازها كلياً أو جزئياً والأنشطة التي لم يبدأ تنفيذها بعد . ويتضمن هذا التحديث تعديل أوقات إتمام الأنشطة ، إضافة أنشطة جديدة لشبكة الأعمال لم تؤخذ في الاعتبار عند تخطيط المشروع ، إجراء

تغييرات في العلاقات التتابعية للأنشطة وغيرها . ويترتب على هذا التحديث لشبكة الأعمال إعادة حساب الوقت الكلي لإتمام المشروع .

٤- يساعد تحليل شبكة الأعمال أيضاً في لفت نظر الإدارة إلى الأنشطة التي كانت غير حرجة عند تخطيط المشروع ، ومع تقدم العمل في تنفيذ المشروع أصبحت تلك الأنشطة تقترب من الوضع الحرج . وهذا يساعد الإدارة على الاكتشاف المبكر لمثل هذه الأنشطة والعمل على تجنب أية مشاكل قد تواجهها الإدارة من تحول هذه الأنشطة غير الحرجة إلى أنشطة حرجة أثناء التنفيذ .

وهكذا يتضح أن تحليل شبكات الأعمال سواء باستخدام أسلوب المسار الحرج أو أسلوب بيرت يعد أداة إدارية جيدة تساعد في تخطيط المشروعات والرقابة عليها أثناء التنفيذ .

مثال (٢) :

تقوم إحدى شركات الأدوية بدراسة خطة تطوير دواء جديد تتوى الشركة إنتاجه وعرضه في السوق . وفيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها المشروع، وعلاقات التتابع الفني أو المنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها ، والتقديرات الزمنية للأنشطة المختلفة (بالأسبوع) :

النشاط	حدثي البدء والانهاء	الأنشطة السابقة للنشاط	التقديرات الزمنية للأنشطة (بالأسبوع)		
			الوقت المتفائل	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت المتشائم
أ	١ - ٢	-	٦	١٥	٢٤
ب	٢ - ٣	أ	١٨	٢١	٢٤
ج	٢ - ٤	أ	١٨	٢٧	٣٦
د	٢ - ٥	أ	٢٤	٢٤	٢٤
هـ	٣ - ٦	ج	٩	٣٦	٦٣
و	٤ - ٥	ب ، ج	٣	١٢	٢١
ز	٥ - ٦	د ، هـ	١٥	٤٢	٥١
ح	٦ - ٧	و ، ز	٩	١٨	٢٧
ط	٧ - ٨	ح	١٥	٢٤	٣٣

المطلوب :



- ١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط .
- ٢- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع محل الدراسة، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم .
- ٣- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاه كل نشاط .
- ٤- تحديد الوقت الراكذ الكلى والحر لكل نشاط من أنشطة المشروع .
- ٥- تحديد المسار الحرج ، وتحديد الوقت الكلى لإتمام المشروع .
- ٦- حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلى لإتمام المشروع .
- ٧- حساب احتمال إتمام المشروع خلال ١٢٠ أسبوع .
- ٨- حساب احتمال إتمام المشروع خلال ١٤٠ أسبوع .

الحل

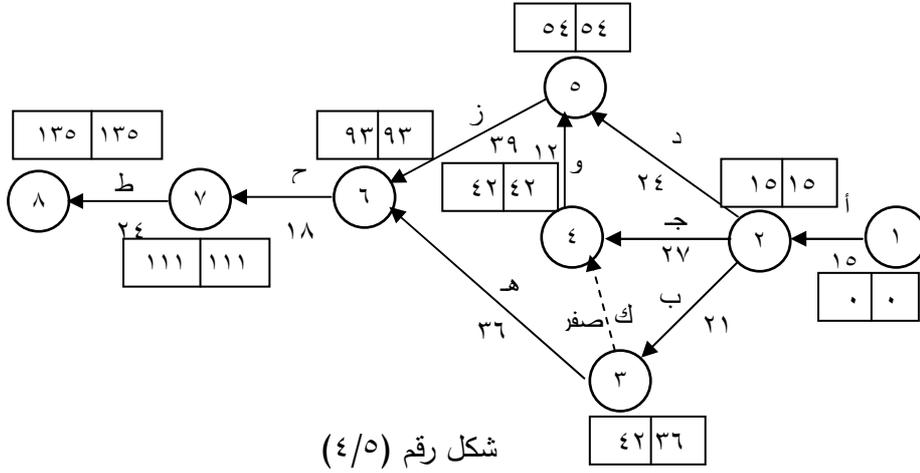
- ١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط من أنشطة المشروع كما هو موضح بالجدول رقم (٢/٥) التالي :

جدول رقم (٢/٥)

جدول حساب الوقت المتوقع والانحراف المعياري للأنشطة

الانحراف المعياري (σ)	التباين (σ ^٢)	الوقت المتوقع (م)	الوقت المتشائم (ش)	الوقت الأكثر احتمالا (ك)	الوقت المتفائل (ف)	حدثي البدا والانتهاء	النشاط
٣	٩	١٥	٢٤	١٥	٦	١ - ٢	أ
١	١	٢١	٢٤	٢١	١٨	٢ - ٣	ب
٣	٩	٢٧	٣٦	٢٧	١٨	٢ - ٤	ج
صفر	صفر	٢٤	٢٤	٢٤	٢٤	٢ - ٥	د
٩	٨١	٣٦	٦٣	٣٦	٩	٣ - ٦	هـ
٣	٩	١٢	٢١	١٢	٣	٤ - ٥	و
٦	٣٦	٣٩	٥١	٤٢	١٥	٥ - ٦	ز
٣	٩	١٨	٢٧	١٨	٩	٦ - ٧	ح
٣	٩	٢٤	٣٣	٢٤	١٥	٧ - ٨	ط
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	٣ - ٤	ك (وهمي)

٢- رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع ، مع بيان الوقت المبكر والوقت المتأخر لكل حدث على الرسم كما هو موضح بالشكل رقم (٤/٥) التالي :



٣- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاء النشاط، والوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط:

يتم تحديد هذه الأوقات كما هو موضح في الجدول التالي رقم (٣/٤) التالي:

جدول رقم (٣/٥)

النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الوقت المتوقع للنشاط (١)	الوقت المبكر لبدء النشاط (٢)	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط (٣)	الراكد الكلي (٤)	الراكد الحر (٥)
أ	١ - ٢	١٥	صفر	١٥	١-٢-٣=	صفر
ب	٢ - ٣	٢١	١٥	٤٢	٦	صفر
ج	٢ - ٤	٢٧	١٥	٤٢	صفر	صفر
د	٢ - ٥	٢٤	١٥	٥٤	١٥	١٥
هـ	٣ - ٦	٣٦	٣٦	٩٣	٢١	٢١
و	٤ - ٥	١٢	٤٢	٥٤	صفر	صفر
ز	٥ - ٦	٣٩	٥٤	٩٣	صفر	صفر
ح	٦ - ٧	١٨	٩٣	١١١	صفر	صفر
ط	٧ - ٨	٢٤	١١١	١٣٥	صفر	صفر
ك (وهمي)	٣ - ٤	صفر	٣٦	٤٢	٦	٦

ملاحظات:

• الوقت المبكر لبدء النشاط هو عبارة عن الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ منه النشاط .

• الوقت المتأخر لانتهاء النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط .

٤- تحديد المسار الحرج، وتحديد الوقت الكلي للمشروع :

توضح شبكة الأعمال شكل رقم (٤/٥) والجدول رقم (٣/٥) أن المسار الحرج للمشروع هو المسار أ ، ج ، و ، ز ، ح ، ط .

وعلى ذلك ، يتحدد الوقت الكلي المتوقع لإتمام المشروع على أساس مجموع الأوقات المتوقعة لإتمام الأنشطة الحرجة التي يتكون منها المسار الحرج ، وذلك على النحو التالي :

الوقت المتوقع لإتمام المشروع = ١٥ + ٢٧ + ١٢ + ٣٩ + ١٨ + ٢٤ = ١٣٥ أسبوعاً.

٥ - حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي لإتمام المشروع :

التباين للوقت الكلي للمشروع = مجموع تباينات أنشطة المسار الحرج .

$$= ٩ + ٩ + ٣٦ + ٩ + ٩ + ٩ = ٨١ .$$

$$\sqrt{\text{التباين للوقت الكلي للمشروع}} = \sqrt{٨١} = ٩ .$$

٦ - حساب احتمال إتمام المشروع خلال ١٢٠ أسبوع:

الوقت المتوقع لإتمام المشروع ١٣٥ أسبوعاً .

الوقت المستهدف لإتمام المشروع ١٢٠ أسبوعاً .

الانحراف المعياري للوقت الكلي للمشروع ٩ .

$$y = \frac{١٣٥ - ١٢٠}{٩} = ١.٦٧ \text{ (١) .}$$

بالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام صف (١.٦) وأسفل عمود (٠.٠٧) نستخرج القيمة الناتجة عند تقاطع الصف مع العمود وقدرها ٠.٩٥٣ ونظراً لأن قيمة (y) سالبة ، فإنه يمكن الحصول على الاحتمال المرتبط بتنفيذ المشروع

(١) تم تقريب الأرقام لأقرب رقمين عشريين.



خلال ١٢٠ أسبوعاً عن طريق طرح القيمة المقابلة لقيمة (ى) الموجبة التي حصلنا عليها وقدرها ٠.٩٥٣ من الواحد الصحيح .

∴ احتمال إتمام المشروع خلال ١٢٠ أسبوع = ١ - ٠.٩٣٥ = ٠.٠٦٥

$$= ٤.٧\%$$

٧- حساب احتمال إتمام المشروع خلال ١٤٠ أسبوع :

$$ى = \frac{١٣٥ - ١٤٠}{٩} = ٠.٥٦$$

بالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام صف (٠.٥) وأسفل عمود

(٠.٠٦) نستخرج القيمة الناتجة عند تقاطع الصف مع العمود وقدرها ٠.٧١٢ .

∴ احتمال إتمام المشروع خلال ١٤٠ أسبوع = ٧١.٢ % .

جدول رقم (٤/٥)

جدول التوزيع الطبيعي القياسي

٠.٠٩	٠.٠٨	٠.٠٧	٠.٠٦	٠.٠٥	٠.٠٤	٠.٠٣	٠.٠٢	٠.٠١	٠.٠٠	٠
٠.٥٣٦	٠.٥٣٢	٠.٥٢٨	٠.٥٢٤	٠.٥٢	٠.٥١٦	٠.٥١٢	٠.٥٠٨	٠.٥٠٤	٠.٥	٠.٠
٠.٥٧٥	٠.٥٧١	٠.٥٦٧	٠.٥٦٤	٠.٥٦	٠.٥٥٦	٠.٥٥٢	٠.٥٤٨	٠.٥٤٤	٠.٥٤	٠.١
٠.٦١٤	٠.٦١	٠.٦٠٦	٠.٦٠٣	٠.٥٩٩	٠.٥٩٥	٠.٥٩١	٠.٥٨٧	٠.٥٨٣	٠.٥٧٩	٠.٢
٠.٦٥٢	٠.٦٤٨	٠.٦٤٤	٠.٦٤١	٠.٦٣٧	٠.٦٣٣	٠.٦٢٩	٠.٦٢٦	٠.٦٢٢	٠.٦١٨	٠.٣
٠.٦٨٨	٠.٦٨٤	٠.٦٨١	٠.٦٧٧	٠.٦٧٤	٠.٦٧	٠.٦٦٦	٠.٦٦٣	٠.٦٥٩	٠.٦٥٥	٠.٤
٠.٧٢٢	٠.٧١٩	٠.٧١٦	٠.٧١٢	٠.٧٠٩	٠.٧٠٥	٠.٧٠٢	٠.٦٩٨	٠.٦٩٥	٠.٦٩١	٠.٥
٠.٧٥٥	٠.٧٥٢	٠.٧٤٩	٠.٧٤٥	٠.٧٤٢	٠.٧٣٩	٠.٧٣٦	٠.٧٣٢	٠.٧٢٩	٠.٧٢٦	٠.٦
٠.٧٨٥	٠.٧٨٢	٠.٧٧٩	٠.٧٧٦	٠.٧٧٣	٠.٧٧	٠.٧٦٧	٠.٧٦٤	٠.٧٦١	٠.٧٥٨	٠.٧
٠.٨١٣	٠.٨١١	٠.٨٠٨	٠.٨٠٥	٠.٨٠٢	٠.٨	٠.٧٩٧	٠.٧٩٤	٠.٧٩١	٠.٧٨٨	٠.٨
٠.٨٣٩	٠.٨٣٦	٠.٨٣٤	٠.٨٣١	٠.٨٢٩	٠.٨٢٦	٠.٨٢٤	٠.٨٢١	٠.٨١٩	٠.٨١٦	٠.٩
٠.٨٦٢	٠.٨٦	٠.٨٥٨	٠.٨٥٥	٠.٨٥٣	٠.٨٥١	٠.٨٤٨	٠.٨٤٦	٠.٨٤٤	٠.٨٤١	١.٠
٠.٨٨٣	٠.٨٨١	٠.٨٧٩	٠.٨٧٧	٠.٨٧٥	٠.٨٧٣	٠.٨٧١	٠.٨٦٩	٠.٨٦٧	٠.٨٦٤	١.١
٠.٩٠١	٠.٩	٠.٨٩٨	٠.٨٩٦	٠.٨٩٤	٠.٨٩٣	٠.٨٩١	٠.٨٨٩	٠.٨٨٧	٠.٨٨٥	١.٢
٠.٩١٨	٠.٩١٦	٠.٩١٥	٠.٩١٣	٠.٩١١	٠.٩١	٠.٩٠٨	٠.٩٠٧	٠.٩٠٥	٠.٩٠٣	١.٣
٠.٩٣٢	٠.٩٣١	٠.٩٢٩	٠.٩٢٨	٠.٩٢٦	٠.٩٢٥	٠.٩٢٤	٠.٩٢٢	٠.٩٢١	٠.٩١٩	١.٤
٠.٩٤٤	٠.٩٤٣	٠.٩٤٢	٠.٩٤١	٠.٩٣٩	٠.٩٣٨	٠.٩٣٧	٠.٩٣٦	٠.٩٣٤	٠.٩٣٣	١.٥
٠.٩٥٤	٠.٩٥٤	٠.٩٥٣	٠.٩٥٢	٠.٩٥١	٠.٩٤٩	٠.٩٤٨	٠.٩٤٧	٠.٩٤٦	٠.٩٤٥	١.٦
٠.٩٦٣	٠.٩٦٢	٠.٩٦٢	٠.٩٦١	٠.٩٦	٠.٩٥٩	٠.٩٥٨	٠.٩٥٧	٠.٩٥٦	٠.٩٥٥	١.٧
٠.٩٧١	٠.٩٧	٠.٩٦٩	٠.٩٦٩	٠.٩٦٨	٠.٩٦٧	٠.٩٦٦	٠.٩٦٦	٠.٩٦٥	٠.٩٦٤	١.٨
٠.٩٧٧	٠.٩٧٦	٠.٩٧٦	٠.٩٧٥	٠.٩٧٤	٠.٩٧٤	٠.٩٧٣	٠.٩٧٣	٠.٩٧٢	٠.٩٧١	١.٩
٠.٩٨٢	٠.٩٨١	٠.٩٨١	٠.٩٨	٠.٩٨	٠.٩٧٩	٠.٩٧٩	٠.٩٧٨	٠.٩٧٨	٠.٩٧٧	٢.٠
٠.٩٨٦	٠.٩٨٥	٠.٩٨٥	٠.٩٨٥	٠.٩٨٤	٠.٩٨٤	٠.٩٨٣	٠.٩٨٣	٠.٩٨٣	٠.٩٨٢	٢.١
٠.٩٨٩	٠.٩٨٩	٠.٩٨٨	٠.٩٨٨	٠.٩٨٨	٠.٩٨٧	٠.٩٨٧	٠.٩٨٧	٠.٩٨٦	٠.٩٨٦	٢.٢
٠.٩٩٢	٠.٩٩١	٠.٩٩١	٠.٩٩١	٠.٩٩١	٠.٩٩	٠.٩٩	٠.٩٩	٠.٩٩	٠.٩٨٩	٢.٣

٠.٩٩٤	٠.٩٩٣	٠.٩٩٣	٠.٩٩٣	٠.٩٩٣	٠.٩٩٣	٠.٩٩٢	٠.٩٩٢	٠.٩٩٢	٠.٩٩٢	٢.٤
٠.٩٩٥	٠.٩٩٥	٠.٩٩٥	٠.٩٩٥	٠.٩٩٥	٠.٩٩٤	٠.٩٩٤	٠.٩٩٤	٠.٩٩٤	٠.٩٩٤	٢.٥
٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٦	٠.٩٩٥	٠.٩٩٥	٢.٦
٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٠.٩٩٧	٢.٧
٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٧	٢.٨
٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٠.٩٩٨	٢.٩
٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٣.٠
٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٣.١
٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٠.٩٩٩	٣.٢
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	٣.٣
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	٣.٤
١	١	١	١	١	١	١	١	١	١	٣.٥

تمارين علي الفصل الخامس

تمرين رقم (١)

فيما يلي بيان بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات المطلوب تنفيذها من المهندس أحمد جمال والتقدير الزمنية للأنشطة (بالأسابيع):

النشاط	حدثي البدء والانهاء	الوقت (بالأسابيع)	
		المتفائل	الأكثر احتمالاً
أ	١ - ٢	٥	٦
ب	١ - ٤	٧	١٠
ج	٢ - ٣	٤	٦
د	٣ - ٤	٣	٥
هـ	٣ - ٥	٦	٨
و	٤ - ٥	١	٢

المطلوب:

١. حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.
٢. رسم شبكة الأعمال بناء علي الأوقات المتوقعة للأنشطة.
٣. تحديد المسار الحرج للمشروع وتحديد الوقت الكلي المتوقع لإتمام المشروع.
٤. حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي لإتمام المشروع.
٥. تحديد احتمال إتمام المشروع في ١٨ أسبوع، وفي ٢٥ أسبوع.

الحل

١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.

ويتم ذلك في ضوء المعادلات التالية:

$$\frac{\text{الوقت المتفائل} + 4 \times \text{الوقت الأكثر احتمالاً} + \text{الوقت المتشائم}}{6} = \text{الوقت المتوقع للنشاط}$$

$$\text{التباين } (\sigma^2) = \left(\frac{\text{الوقت المتشائم} - \text{الوقت المتفائل}}{6} \right)^2$$

$$\frac{\text{الوقت المتشائم} - \text{الوقت المتفائل}}{6} = \text{الانحراف المعياري } (\sigma)$$

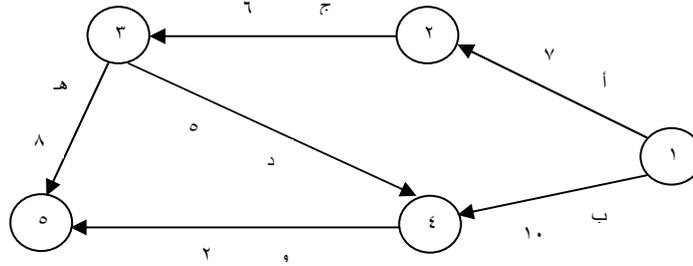


وبناء عليه فقد تم حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط كما

هو موضح بالجدول التالي:

النشاط	حدثي البدء والانتها	الوقت المتفائل	الوقت الأكثر احتمالا	الوقت المتشائم	الوقت المتوقع	التباين	الانحراف المعياري
أ	١ - ٢	٥	٦	١٣	٧	١.٧٧٨	١.٣٣٣
ب	١ - ٤	٧	١٠	١٣	١٠	١	١
ج	٢ - ٣	٤	٦	٨	٦	٠.٤٤٤	٠.٦٦٧
د	٣ - ٤	٣	٥	٧	٥	٠.٤٤٤	٠.٦٦٧
هـ	٣ - ٥	٦	٨	١٠	٨	٠.٤٤٤	٠.٦٦٧
و	٤ - ٥	١	٢	٣	٢	٠.١١١	٠.٣٣٣

٢ - رسم شبكة الأعمال:



٣- تحديد المسار الحرج والوقت الكلي لإتمام المشروع:

يلاحظ أن الشبكة السابقة تحتوي على ٣ مسارات وأطولها كما يلي:

- المسار أ، ج، هـ = $٧ + ٦ + ٨ = ٢١$ أسبوع.
- المسار أ، ج، د، و = $٧ + ٦ + ٥ + ٢ = ٢٠$ أسبوع.
- المسار ب، و = $١٠ + ٢ = ١٢$ أسبوع.

∴ المسار الأول أ، ج، هـ هو المسار الحرج، ويكون الوقت المتوقع لإتمام المشروع ككل مساوياً لطول هذا المسار؛ أي ٢١ أسبوع.

٤- حساب التباين والانحراف المعياري لوقت إتمام المشروع:

التباين للوقت المتوقع = مجموع تباينات الأنشطة المكونة للمسار الحرج.

$$٢.٦٦٦ = ٠.٤٤٤ + ٠.٤٤٤ + ١.٧٧٨ =$$

الانحراف المعياري للوقت المتوقع = $\sqrt{\text{تباين الوقت المتوقع}}$

$$١.٦٣ = \sqrt{٢.٦٦٦} =$$

٥- حساب احتمالات إتمام المشروع:

أ - حساب احتمال إتمام المشروع في ١٨ أسبوع:

تحديد قيمة المتغير القياسي (ى):

$$ى = \frac{\text{الوقت المستهدف لإتمام المشروع} - \text{الوقت المتوقع لإتمام المشروع}}{\text{الانحراف المعياري للوقت المتوقع}}$$

$$ى = \frac{٢١ - ١٨}{١.٦٣} = ١.٨٤$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام السطر ١.٨، وأسفل العمود ٠.٠٤ نستخرج القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٩٦٧ ونظرا لأن قيمة (ى) سالبة فإنه يمكن الحصول على الاحتمال المرتبط بتلك القيمة السالبة وذلك بطرح القيمة المقابلة لقيمة (ى) الموجبة التي حصلنا عليها وقدرها ٠.٩٦٧ من الواحد الصحيح.

∴ الاحتمال = ١ - ٠.٩٦٧ = ٠.٠٣٣ أي ٣.٣٪.

ب- احتمال إتمام المشروع في ٢٥ أسبوع:

تحديد قيمة المتغير القياسي:

$$ى = \frac{٢١ - ٢٥}{١.٦٣} = ٢.٤٥$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام السطر ٢.٤، وأسفل العمود ٠.٠٥ فإن القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٩٩٣ تمثل الاحتمال المرتبط بقيمة ى = ٢.٤٥ والذي يمثل بدوره احتمال إتمام المشروع في ٢٥ أسبوع. أي أن الاحتمال = ٩٩.٣٪.

تمرين رقم (٢)

فيما يلي بيان بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات والتقديرات الزمنية للأنشطة

(بالأسابيع):

النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الوقت (بالأسابيع)		
		المتفائل	الأكثر احتمالاً	المتشائم
أ	١ - ٢	١	٤	٧
ب	١ - ٣	٣	٦	١٥
ج	٢ - ٣	٣	٩	٢٧
د	٣ - ٤	٦	٩	١٢
هـ	٣ - ٥	٦	١٢	٣٠
و	٤ - ٥	٢	٥	١٤

المطلوب:

١. حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.
٢. رسم شبكة الأعمال بناء على الأوقات المتوقعة للأنشطة.
٣. تحديد المسار الحرج للمشروع وتحديد الوقت الكلي المتوقع لإتمام المشروع.
٤. حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي لإتمام المشروع.
٥. تحديد احتمال إتمام المشروع في ٢٨ أسبوع، وفي ٣٤ أسبوع.

الحل

٢- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.

ويتم ذلك في ضوء المعادلات التالية:

$$\frac{\text{الوقت المتفائل} + 4 \times \text{الوقت الأكثر احتمالاً} + \text{الوقت المتشائم}}{6} = \text{الوقت المتوقع للنشاط}$$

$$\text{التباين } (\sigma^2) = \left(\frac{\text{الوقت المتشائم} - \text{الوقت المتفائل}}{6} \right)^2$$

$$\text{الانحراف المعياري } (\sigma) = \frac{\text{الوقت المتشائم} - \text{الوقت المتفائل}}{6}$$

وبناء عليه فقد تم حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط كما

هو موضح بالجدول التالي:



الوقت المستهدف لإتمام المشروع - الوقت المتوقع لإتمام المشروع

الانحراف المعياري للوقت المتوقع = U

$$0.43 = \frac{30 - 28}{4.7} = U$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام السطر ٠.٤، وأسفل العمود ٠.٠٣ نستخرج القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٦٦٦ ونظراً لأن قيمة (U) سالبة فإنه يمكن الحصول على الاحتمال المرتبط بتلك القيمة السالبة وذلك بطرح القيمة المقابلة لقيمة (U) الموجبة التي حصلنا عليها وقدرها ٠.٦٦٦ من الواحد الصحيح.

$$\therefore \text{الاحتمال} = 1 - 0.666 = 0.334 \quad \text{أي } 33.4\%$$

ب- احتمال إتمام المشروع في ٣٤ أسبوع:

تحديد قيمة المتغير القياسي:

$$0.85 = \frac{30 - 34}{4.7} = U$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي أمام السطر ٠.٨، وأسفل العمود ٠.٠٥ فإن القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٨٠٢ تمثل الاحتمال المرتبط بقيمة $U = 0.85$ والذي يمثل بدوره احتمال إتمام المشروع في ٣٤ أسبوع. أي أن الاحتمال = ٨٠.٢%.

تمرين رقم (٣)

فيما يلي البيانات المتعلقة بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات المطلوب تنفيذها من شركة آلاء للمقاولات، وعلاقات التابع الفني أو المنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقديرات الزمنية اللازمة لإنجاز الأنشطة (بالأسبوع):

النشاط	حدثي البدء والانتهاء	الأنشطة السابقة للنشاط	تقديرات الوقت			الوقت المتسرع	التكلفة المباشرة العادية (بالجنيه)	تكلفة التعجيل لكل أسبوع
			المتفائل	الأكثر احتمالا	المتشائم			
أ	١ - ٢	-	٦	١٥	٢٤	١٢	١٢٠	١٥
ب	٢ - ٣	أ	١٨	٢٧	٣٦	٢٠	٣٠٠	٢٠
ج	٢ - ٤	أ	١٥	٤٢	٥١	٣٠	٤٥٠	١٨
د	٣ - ٥	ب	١٥	٢٤	٣٣	٢٠	٤٠٠	٢٥
هـ	٦ - ٧	ج، د	٩	١٨	٢٧	١٥	١٨٠	١٥
و	١ - ٧	-	٩	٣٦	٦٣	٣٠	٤٢٠	١٨
ز	٧ - ٨	هـ، و	٣	١٢	٢١	١٠	١٧٠	٢٠

المطلوب:

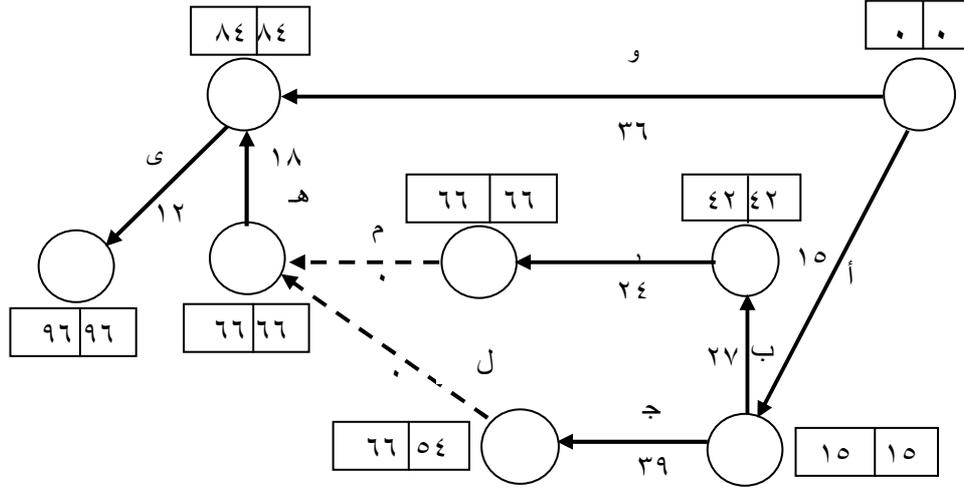
١. حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.
٢. رسم شبكة الأعمال موضحا عليها الوقت المبكر والمتأخر لكل حدث.
٣. تحديد الوقت المبكر لبدء كل نشاط والوقت المتأخر لانتهاء كل نشاط، والراكد الكلي والحر لكل نشاط.
٤. تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع، والتكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع في ظل هذا الوقت.
٥. حساب التباين والانحراف المعياري للوقت الكلي المتوقع لإتمام المشروع.
٦. تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية على هذا الأساس.
٧. حساب احتمال إتمام المشروع في هذا الوقت.
٨. تحديد الوقت الأمثل لإتمام المشروع، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة للمشروع يقدر بمبلغ ٢٠ جنيه للأسبوع.
٩. حساب احتمال إتمام المشروع في الوقت الأمثل.

الحل

١ - حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري للأنشطة:

الانحراف المعياري	التباين	الوقت المتوقع	الوقت المتشائم	الوقت الأكثر احتمالا	الوقت المتفائل	حدثي البدء والانهاء	لنشاط
٣	٩	١٥	٢٤	١٥	٦	٢ - ١	أ
٣	٩	٢٧	٣٦	٢٧	١٨	٣ - ٢	ب
٦	٣٦	٣٩	٥١	٤٢	١٥	٤ - ٢	ج
٣	٩	٢٤	٣٣	٢٤	١٥	٥ - ٣	د
٣	٩	١٨	٢٧	١٨	٩	٧ - ٦	هـ
٩	٨١	٣٦	٦٣	٣٦	٩	٧ - ١	و
٣	٩	١٢	٢١	٢١	٣	٨ - ٧	ى

٢ - رسم شبكة الأعمال الممثلة لأنشطة المشروع علي أساس الوقت المتوقع، مع بيان الوقت المبكر والمتأخر لكل حدث علي الشبكة:



يلاحظ في الشبكة السابقة استخدام النشاطين الوهميين ل، م وذلك لتوضيح علاقات التتابع الفني والمنطقي التي تربط الأنشطة ببعضها البعض.

٤ - تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانتهاء النشاط، وكذلك الوقت الراكد الكلي والحر لكل نشاط.

يتم ذلك بناء علي المعادلات التالية:

- الوقت المتوقع للنشاط هو عبارة عن الوقت العادي اللازم لإتمام النشاط.

- الوقت المبكر لبدء النشاط = الوقت المبكر للحدث الذي يبدأ من عنده النشاط، ولقد تم الحصول عليه من الشبكة السابقة أعلاه.
- الوقت المتأخر لانتهاء النشاط = الوقت المتأخر لحدث انتهاء النشاط.
- الوقت الراكذ الكلي للنشاط = الوقت المتأخر لانتهاء النشاط - الوقت المبكر لبدء النشاط - الوقت المتوقع للنشاط.
- الوقت الراكذ الحر للنشاط = الوقت المبكر لبدء النشاط اللاحق - الوقت المبكر لبدء النشاط - الوقت المتوقع للنشاط.

ويخلص الجدول التالي نتائج حساب هذه الأوقات:

ملاحظات	الراكذ الحر (٥)	الراكذ الكلي (٤) = ٣-٢-١	الوقت المتأخر لانتهاء النشاط (٣)	الوقت المبكر لبدء النشاط (٢)	الوقت المتوقع للنشاط (١)	حدثي البدء والانتهاء	النشاط
حرج	صفر	صفر	١٥	صفر	١٥	٢ - ١	أ
حرج	صفر	صفر	٤٢	١٥	٢٧	٣ - ٢	ب
غير حرج	صفر	١٢	٦٦	١٥	٣٩	٤ - ٢	ج
حرج	صفر	صفر	٦٦	٤٢	٢٤	٥ - ٣	د
حرج	صفر	صفر	٨٤	٦٦	١٨	٧ - ٦	هـ
غير حرج	٤٨	٤٨	٨٤	صفر	٣٦	٧ - ١	و
حرج	صفر	صفر	٩٦	٨٤	١٢	٨ - ٧	ى
غير حرج	١٢	١٢	٦٦	٥٤	صفر	٦ - ٤	ل
حرج	صفر	صفر	٦٦	٦٦	صفر	٦ - ٥	م

٤- تحديد الوقت المتوقع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.

يتضح من شبكة الأعمال السابقة المرسومة وفقاً للوقت العادي المتوقع أن هناك ٣

مسارات بالشبكة:

المسار الأول: و، ى وطوله = ٣٦ + ١٢ = ٤٨ أسبوع.

المسار الثاني: أ، ب، د، م، هـ، ى وطوله = ١٥ + ٢٧ + ٢٤ + صفر + ١٨ + ١٢ = ٩٦ أسبوع.

المسار الثالث: أ ، ج ، ل ، هـ ، ي وطوله = ١٥ + ٣٩ + صفر + ١٨ + ١٢ = ٨٤ أسبوع.

ويلاحظ أن المسار الثاني هو المسار الحرج. ويتحدد الوقت العادي اللازم لإتمام المشروع ككل علي أساس طول المسار الحرج؛ أي أن هذا الوقت = ٩٦ أسبوع. إجمالي التكلفة المباشرة العادية للمشروع:

$$= ١٢٠ + ٣٠٠ + ٤٥٠ + ٤٠٠ + ١٨٠ + ١٨٠ + ٤٢٠ + ١٧٠ = ٢٠٤٠ جنيه.$$

٩- حساب التباين والانحراف المعياري للزمن الكلي المتوقع لإتمام المشروع.

التباين للزمن الكلي للمشروع = مجموع تباينات الأنشطة المكونة للمسار الحرج.

$$= ٩ + ٩ + ٩ + ٩ + ٩ = ٤٥$$

الانحراف المعياري للزمن الكلي المتوقع لإتمام المشروع:

$$= \sqrt{\text{تباين الزمن الكلي المتوقع لإتمام المشروع}}$$

$$= \sqrt{٤٥} = ٦.٧$$

١٠- تحديد الوقت المتسرع لإتمام المشروع، وتحديد التكلفة المباشرة الإجمالية للمشروع على هذا الأساس.

▪ الوقت المتسرع لإتمام المشروع = مجموع الأزمنة المتسرفة للأنشطة الحرجة (أ ، ب ،

د ، م ، هـ ، ي) المكونة للمسار الحرج ؛ أي :

$$= ١٢ + ٢٠ + ٢٠ + ١٥ + ١٠ = ٧٧ أسبوع.$$

إجمالي التكلفة المباشرة المتسرفة للمشروع = إجمالي التكلفة المباشرة العادية للمشروع + تكلفة تعجيل أنشطة المسار الحرج.

تكلفة تعجيل كل نشاط من أنشطة المسار الحرج = (الوقت العادي للنشاط - الوقت المتسرع للنشاط) × تكلفة التعجيل.

$$\text{النشاط (أ)} = (١٢ - ١٥) \times ١٥ \text{ ج} = ٤٥ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (ب)} = (٢٠ - ٢٧) \times ٢٠ \text{ ج} = ١٤٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (د)} = (٢٠ - ٢٤) \times ٢٥ \text{ ج} = ١٠٠ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (هـ)} = (١٥ - ١٨) \times ١٥ \text{ ج} = ٤٥ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (ي)} = (١٠ - ١٢) \times ٢٠ \text{ ج} = ٤٠ \text{ جنيه.}$$

$$= ٣٧٠ \text{ جنيه.} \text{ تكلفة تعجيل أنشطة المسار الحرج}$$

∴ إجمالي التكلفة المباشرة المتسرفة للمشروع = ٢٠٤٠ + ٣٧٠ = ٢٤١٠ جنيه.

ملحوظة:

يجب أن يقوم الطالب بحساب إجمالي التكلفة المباشرة المتسركة للمشروع باستخدام الطريقة المطولة التي تتم علي خطوات وذلك للتدريب علي الحل. (راجع في ذلك حلول التمارين أرقام ٢، ٣، ٤ في الفصل الرابع) وعند إتباع الطريقة المطولة سيحصل الطالب علي النتائج المتعلقة بالخطوات التي اتبعها لتعجيل وقت إتمام المشروع والتي يتضمنها الجدول التالي:

خطوات التخفيض	النشاط المخفض	مقدار التخفيض	وقت إتمام المشروع	التكلفة الإضافية	إجمالي التكلفة المباشرة للمشروع
صفر			٩٦		٢٠٤٠
١	أ	٣	٩٣	٤٥	٢٠٨٥
٢	هـ	٣	٩٠	٤٥	٢١٣٠
٣	ب	٧	٨٣	١٤٠	٢٢٧٠
٤	ى	٢	٨١	٤٠	٢٣١٠
٥	د	٤	٧٧	١٠٠	٢٤١٠
الإجمالي		١٢		٣٧٠	

٧- حساب احتمال إتمام المشروع خلال الوقت المتسرع.

- الوقت العادي المتوقع لإتمام المشروع هو ٩٦ أسبوع.
- الانحراف المعياري للوقت المتوقع = ٦.٧ تم حسابه من قبل .
- الوقت المتسرع لإتمام المشروع هو ٧٧ أسبوع.
- تحديد قيمة المتغير القياسي (ى):

الوقت المستهدف لإتمام المشروع - الوقت المتوقع لإتمام المشروع

الانحراف المعياري للوقت المتوقع = ى

$$ى = \frac{٩٦ - ٧٧}{٦.٧} = - ٢.٨٤$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي (راجع الكتاب الأصلي) أمام السطر (

٢.٨)، وأسفل العمود (٠.٠٤) نستخرج القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٩٩٨ . ونظرا لأن قيمة (ى) سالبة فإن الاحتمال المرتبط بتلك القيمة السالبة = ١ - ٠.٩٩٨ = ٠.٠٠٢ ؛ أي ٠.٢٪.

∴ احتمال إتمام المشروع خلال ٧٧ أسبوع = ٠.٢٪.



٨- تحديد الوقت الأمثل اللازم لإتمام المشروع، وذلك بفرض أن معدل التكلفة غير المباشرة للمشروع يقدر بمبلغ ٢٠ جنيه للأسبوع.

الأنشطة الدرجة القابلة للتعجيل	فترة التخفيض المسموح بها (بالأسبوع)	مقدار الزيادة في التكلفة المباشرة المتسارعة لكل أسبوع (ميل التكلفة) (١)	مقدار التخفيض في التكاليف غير المباشرة/أسبوع (٢)	صافي التغير في التكلفة الكلية/أسبوع (٣) = (١) - (٢)
أ	٣	١٥	٢٠	٥ -
ب	٧	٢٠	٢٠	صفر
د	٤	٢٥	٢٠	٥ +
هـ	٣	١٥	٢٠	٥ -
و	٢	٢٠	٢٠	صفر

فترة التخفيض المسموح بها = الوقت المتوقع (العادي) للنشاط - الوقت المتسارع للنشاط.
يوضح الجدول السابق أنه يترتب علي تعجيل زمن إتمام النشاطين أ، هـ حدوث تخفيض في التكلفة الكلية للمشروع (المباشرة وغير المباشرة). وبناء علي ذلك، يمكن حساب الزمن الأمثل لإتمام المشروع، الذي يحقق أقل تكلفة كلية ممكنة للمشروع كما يلي:
مقدار التخفيض في التكاليف الكلية (المباشرة وغير المباشرة) الناتج عن تعجيل الأنشطة = فترة التخفيض المسموح به بكل من النشاطين أ، هـ مضروبة في صافي التغير في التكلفة الكلية لكل أسبوع تخفيض في النشاط؛ أي:

$$\text{النشاط (أ)} = ٣ \text{ أسابيع} \times ٥ = ١٥ \text{ جنيه.}$$

$$\text{النشاط (هـ)} = ٣ \text{ أسابيع} \times ٥ = ١٥ \text{ جنيه.}$$

$$\underline{\underline{٣٠ \text{ جنيه}}}$$

$$\therefore \text{الزمن الأمثل لإتمام المشروع} = ٩٦ - ٦ = ٩٠ \text{ أسبوع.}$$

$$\text{والتكلفة الكلية لإتمام المشروع في هذا الزمن} =$$

$$\text{التكلفة المباشرة العادية للمشروع}$$

$$٢٠٤٠ \text{ جنيه}$$

$$+ \text{ التكلفة غير المباشرة العادية (٩٦ أسبوع} \times ٢٠ \text{ ج)} = ١٩٢٠ \text{ جنيه}$$

$$- \text{ مقدار التخفيض في التكاليف} = ٣٠ \text{ جنيه}$$

$$= \text{التكلفة الكلية لإتمام المشروع} = \underline{\underline{٣٩٣٠ \text{ جنيه}}}$$

٩- حساب احتمال إتمام المشروع خلال الزمن الأمثل (٩٠ أسبوع):

$$\blacksquare \text{ الوقت العادي المتوقع لإتمام المشروع هو } ٩٦ \text{ أسبوع.}$$

$$\blacksquare \text{ الانحراف المعياري للوقت المتوقع} = ٦.٧ .$$

- الزمن الأمثل لإتمام المشروع هو ٩٠ أسبوع.
- تحديد قيمة المتغير القياسي (ى):

الوقت المستهدف لإتمام المشروع - الوقت المتوقع لإتمام المشروع

الانحراف المعياري للوقت المتوقع = ى

$$0.89 = \frac{96 - 90}{6.7} = ى$$

وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي القياسي (راجع الكتاب الأصلي) أمام السطر (٠.٨)، وأسفل العمود (٠.٠٩) نستخرج القيمة الناتجة من تقاطع السطر مع العمود وقدرها ٠.٨١٣. ونظرا لأن قيمة (ى) سالبة فإن الاحتمال المرتبط بتلك القيمة السالبة = ١ - ٠.٨١٣ = ٠.١٨٧. أي ١٨.٧٪.

∴ احتمال إتمام المشروع خلال ٩٠ يوم أسبوع = ١٨.٧٪.

تمرين رقم (٤)

فيما يلي بيانات الوقت الخاصة بأنشطة أحد المشروعات:

الوقت (بالأسابيع)			حدثي البدء والانهاء	النشاط
المتشائم	الأكثر احتمالا	المتفائل		
٣٦	٣٢	٢٨	٢ - ١	أ
٣٢	٢٨	٢٢	٣ - ١	ب
٤٦	٣٦	٢٦	٦ - ٢	ج
١٨	١٦	١٤	٤ - ٣	د
٣٢	٣٢	٣٢	٥ - ٣	هـ
٧٤	٥٢	٤٠	٦ - ٣	و
٢٤	١٦	١٢	٥ - ٤	ز
٢٦	٢٠	١٦	٦ - ٥	ح
٤٢	٣٤	٢٦	٧ - ٥	ط
٣٠	١٦	١٢	٧ - ٦	ك

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال وتحديد الوقت المبكر والمتأخر والراكد لكل حدث.
- ٢- حساب الوقت المتوقع والانحراف المعياري لوقت كل نشاط.
- ٣- تحديد المسار الحرج للمشروع وانحرافه المعياري.
- ٤- تحديد احتمال إتمام المشروع في الوقت العادي.



تمرين رقم (٥)

بفرض أن المسار الحرج في أحد المشروعات يتكون من الأنشطة المتتابعة التالية:

المتشائم	تقديرات الوقت باليوم		النشاط
	الأكثر احتمالاً	المتفائل	
٥	٣	١	أ
٤	١	١	ج
٦	٤	٢	هـ
٧	٣	٢	و
٩	٣	٣	ح

والمطلوب:

- ١- حساب الوقت المتوقع لإتمام المشروع.
- ٢- حساب التباين والانحراف المعياري للمشروع.
- ٣- حساب احتمال انتهاء المشروع قبل يومين من الوقت المتوقع لإتمامه.
- ٤- حساب احتمال انتهاء المشروع قبل يوم من الوقت المتوقع لإتمامه.
- ٥- ما هو احتمال انتهاء المشروع في اليوم ١٧.
- ٦- أوجد مدة التنفيذ التي يكون احتمال انتهاء المشروع قبلها مساوياً ٨٣٪.

تمرين رقم (٦)

تقوم شركة دينا للاستثمارات العقارية والسياحية بتنفيذ أحد المشروعات، وفيما يلي

بيانات الوقت الخاصة بالمشروع:

المتشائم	الوقت (بالأسابيع)		حدثي البدء والانتهاء	النشاط
	الأكثر احتمالاً	المتفائل		
٢٦	١٦	١٢	٢ - ١	أ
٢٤	١٤	١٠	٣ - ١	ب
٢٣	١٨	١٣	٥ - ٢	ج
١٤	١٤	١٤	٤ - ٣	د
٣٨	٢٦	٢٠	٥ - ٣	هـ
١٩	١٠	٧	٥ - ٤	و
٢٧	١٧	١٣	٦ - ٤	ز
١٦	٨	٦	٦ - ٥	ح

المطلوب:

- ١- رسم شبكة الأعمال وتحديد الوقت المبكر والمتأخر والراكذ لكل حدث علي الشبكة.
- ٢- حساب الوقت المتوقع والانحراف المعياري لوقت كل نشاط.
- ٣- تحديد المسار الحرج للمشروع وانحرافه المعياري.
- ٤- تحديد احتمال إتمام المشروع في الوقت العادي.

تمرين رقم (٧)

فيما يلي بيانات بالأنشطة التي يتكون منها أحد المشروعات، وعلاقات التتابع الفني التي تربط الأنشطة ببعضها البعض، والتقديرات الزمنية للأنشطة (باليوم):

النشاط	حدثي البدء والانهاء	الأنشطة السابقة للنشاط	الوقت المتقائل (باليوم)	الوقت الأكثر احتمالا (باليوم)	الوقت المتشائم (باليوم)
أ	١-٢	-	٦	١٥	٣٦
ب	٢-٤	أ	١٥	٢٧	٥١
ج	٣-٥	أ	١٥	٤٢	٥١
د	٤-٥	ب	١٥	٢٤	٣٣
هـ	٥-٧	ج، د	٩	١٨	٢٧
و	٦-٧	ج	٩	٣٦	٦٣
ى	٧-٨	هـ، و	٣	١٢	٢١

المطلوب:

- ١- حساب الوقت المتوقع والتباين والانحراف المعياري لكل نشاط.
- ٢- رسم شبكة الأعمال على أساس الوقت المتوقع لكل نشاط من أنشطة المشروع، مع توضيح الأوقات المبكرة والمتأخرة للأحداث على الشبكة.
- ٣- تحديد الوقت المبكر لبدء النشاط والوقت المتأخر لانهاء النشاط، وكذلك الوقت الراكذ الكلي والحر بالنسبة لكل نشاط.
- ٤- تحديد المسار الحرج، وتحديد الوقت الكلي لإتمام المشروع.
- ٥- حساب التباين والانحراف المعياري للزمن الكلي لإتمام المشروع.
- ٦- حساب احتمال إتمام المشروع خلال ٩١ يوم.
- ٧- حساب احتمال إتمام المشروع خلال ١٠٥ يوم.

الفهرس

رقم الصفحة	الموضوع
٣	مقدمة
٦	الفصل الأول : نموذج النقل
٦٥	الفصل الثاني : طريقة التعيين
٩٥	الفصل الثالث : تحليل شبكات الأعمال
١٢٨	الفصل الرابع : تخطيط ورقابة تنفيذ المشروعات باستخدام أسلوب المسار الحرج
٢١٠	الفصل الخامس : تخطيط ورقابة تنفيذ المشروعات في ظل عدم التأكد باستخدام أسلوب بيرت